

Janusz Wesserling*

TRÓJWARTOŚCIOWA LOGIKA UZASADNIONYCH PRZEKONAŃ

Wstęp. Określenie problematyki i ustalenie celu artykułu

Analizując pojęcie dyskursu prawniczego, a także pojęcie dowodu w Kodeksie postępowania cywilnego E. Nieznański wymienia szereg warunków, jakie muszą być spełnione, aby jakikolwiek dyskurs był racjonalny. Wśród dyskursów racjonalnych wyróżnia dyskurs prawniczy. Postępowanie dowodowe w procesie cywilnym, jak i sam proces zalicza do dialogowego dyskursu prawniczego¹.

Za R. Wójcickim przyjmuję, że „dyskurs” to taka odmiana „konwersacji”, którą można określić jako „wszelkie rozważanie mające względnie dobrze określony temat (problemy, dla których szuka się rozwiązania) i względnie dobrze określone założenia, które akceptuje się jako podstawę prowadzonych rozważań”². Według Nieznańskiego, aby dyskurs był racjonalny, osoby biorące w nim udział powinny być przekonane o jego słuszności, a sam dyskurs powinien: a. być prowadzony z poszanowaniem zasad wolności i równości osób (stron) biorących w nim udział, b. uwzględniać tylko ustalenia faktyczne w stosunku do rzeczywistości (której dotyczy), c. uwzględniać praktyki i zasady powszechnie akceptowane. Dodatkowo, w dyskursie prawniczym: a. kwestia równości uczestników dyskursu nie dotyczy sędziego w procesie sądowym, ponieważ sędzia, jako tzw. arbiter dyskursu, ma pozycję uprzywilejowaną, b) ustalenia faktyczne w stosunku do rzeczywistości

* Dr Janusz Wesserling – adiunkt, Katedra Teorii i Filozofii Prawa, Wydział Prawa i Administracji, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie.

¹ E. Nieznański, *Logiczne i retoryczne zasady dyskursu prawniczego*, „Ius Novum” 2014, nr specjalny, s. 13-23; E. Nieznański *Analiza logiczna pojęcia dowodu w Kodeksie postępowania cywilnego*, „Myśl ekonomiczna i prawna” 2004, nr 6, s. 65-72.

² R. Wójcicki, *Wykłady z logiki z elementami teorii wiedzy*, Warszawa 2003, s. 167.

powinny uwzględniać również normy prawne, c) do praktyk i zasad powszechnie stosowanych w dyskursie należy dołączyć zasady przyjęte na gruncie prawa i rodzaje rozumowań prawniczych (np. *argumentum a contrario*, *argumentum a fortiori*, *argumentum a simili*)³.

Zasadą powszechnie stosowaną w każdym dyskursie racjonalnym powinna być (a co najmniej częściowo jest) „zasada kooperacji” sformułowana przez Paula Grice’a⁴. Składają się na nią cztery maksymy:

1. maksyma ilości (Włącz do swej wypowiedzi tyle informacji, ile potrzeba, ale nie więcej.)

2. maksyma jakości (Mów tylko to, w co wierzysz, że jest prawdziwe. Unikaj mówienia o tym, co nie jest sprawdzone.)

3. maksyma istotności (Wypowiadaj się jedynie na temat, na który prowadzona jest konwersacja.)

4. maksyma sposobu (W swojej wypowiedzi unikaj niejasności, dwuznaczności, nadmiaru słów i nieporządku).

Stosowanie systemów formalnych (i ich zapisów symbolicznych) w prawie, w tym w dyskursie prawniczym, ma wielu przeciwników (ma też zwolenników). Stawiane są, od dziesiątek lat, różne zarzuty w stosunku do logiki formalnej, wynikające z różnic pomiędzy przedmiotem i celem przeprowadzania argumentacji prawniczych i wnioskowań analizowanych na gruncie systemów formalnych logiki klasycznej. Do różnic należy to, że logika formalna dotyczy prawdy, a argumentacje bezpośrednio nie dotyczą prawdy, tylko przekonań. Przy tym, prawda jest wartością obiektywną i nie jest stopniowalna, natomiast przekonania są subiektywne i stopniowalne. Inną różnicą jest to, że na gruncie klasycznych systemów logiki formalnej analizowane są tylko wnioskowania niezawodne⁵, a podczas argumentacji wykorzystuje się również wnioskowania zawodne⁶. Wskazuje się też na to, że argumentacja, w przeciwieństwie do logiki formalnej, nie musi dotyczyć akceptacji twierdzeń, ale także akceptacji danego poglądu, decyzji, wyboru, czy działania. Z kolei, decyzje, poglądy, wybory, czy działania przedstawia się nie jako prawdziwe, tylko jako sprawiedliwe, słuszne, rozsądne, czy zgodne z prawem⁷.

Różnice pomiędzy logiką formalną, a argumentacją omawia Nieznański. Wskazuje też na przydatność praw logiki klasycznej i ich rozumienia. Wśród zasad przyjmowanych podczas dyskursu racjonalnego wymieniane następujące dwie zasady logiczne: *zasadę niesprzeczności* (sądy sprzeczne nie mogą być jednocześnie

³ Zob. E. Nieznański *Analiza logiczna ...*, s. 65-66.

⁴ Zob.: M. Tokarz, *Elementy pragmatyki logicznej*, Warszawa 1993, s. 219; E. Nieznański, *Logiczne i retoryczne...*, s. 13.

⁵ Wnioskowanie niezawodne to takie wnioskowanie, w którym wniosek wynika logicznie z przesłanek.

⁶ Wnioskowanie zawodne to takie, w którym prawdziwość przesłanek uprawdopodabnia tylko prawdziwość wniosku..

⁷ Zob. Ch. Perelman, *Logika prawnicza. Nowa retoryka*, Warszawa 1984, s. 144-147.

prawdziwe), *zasadę racji dostatecznej* (każdy fakt ma przyczynę, a każde twierdzenie rację)⁸. Wskazuje też prawo *modus ponendo ponens* i *modus tollendo tollens* jako prawa na których opierają niektóre sposoby argumentacji⁹.

Omawiając *zasadę niesprzeczności* wskazuje różnicę między zdaniami o schematach: p , $\sim p$, a sędziami stanowczymi dotyczącymi tych zdań. Zdanie (p) oraz jego negacja ($\sim p$) nie mogą być jednocześnie ani oba prawdziwe, ani oba fałszywe, natomiast sądy o tych zdaniach nie mogą być jedynie obydwie prawdziwe. Może się bowiem zdarzyć, że dana osoba (podmiot poznający): 1) sędzi stanowczo, że p jest prawdziwe (wówczas nie sędzi stanowczo, że negacja p jest prawdziwa), 2) sędzi stanowczo, że $\sim p$ jest prawdziwe (wówczas nie sędzi stanowczo, że p jest prawdziwe) 3) nie sędzi stanowczo, że p i jednocześnie nie sędzi stanowczo, że $\sim p$.

Omawiając *logiczną zasadę racji dostatecznej*, czyli stwierdzenia, że każde twierdzenie ma rację, uznaje że jest ona postulatem dostatecznego uzasadnienia każdej tezy. Racją uznania tezy są przesłanki, czyli zdania wcześniej uznane przez daną osobę (grupę osób). Przesłanki mają być uznane również na podstawie uzasadnienia, przy czym uzasadnieniem niektórych z nich może być odwołanie się do faktów (czyli sytuacji, które się zrealizowały). Na fakty te mogą wskazywać dokumenty, czy wypowiedzi osób, które mogą posiadać informacje w danej sprawie¹⁰. Pozostałe przesłanki uzasadniające tezę są tezami pomocniczymi, które uznajemy na podstawie innych przesłanek. Przesłanki i teza mogą być uznane z różną subiektywną mocą, od pewności (sądu stanowczego), po przypuszczenie, a na dopuszczeniu prawdziwości danego zdania kończąc¹¹. Nieznański łączy *zasadę racji dostatecznej* z wymogiem, aby moc uznania tezy nie była większa od mocy uznania najsłabszej z przesłanek (czyli przesłanki uznanej z najmniejszą mocą).

Uznając różnice pomiędzy systemami formalnymi logiki klasycznej, uważam, że znajomość podstawowych praw logiki klasycznej i umiejętność ich wykorzystania jest konieczna podczas analizy i tworzenia argumentacji. Uważam też, że istnieją systemy formalne, których nie dotyczą niektóre zarzuty stawiane systemom formalnym logiki klasycznej (zarzuty wynikające chociażby z wymienionych wyżej różnic). Celem artykułu jest podanie konstrukcji jednego z takich systemów formalnych (logiki Ngoc Duc Ho) oraz próba jego rozszerzenia. Ten

⁸ E. Nieznański, *Logiczne i retoryczne...*, s. 14-15. Podane definicje zasady niesprzeczności i zasady racji dostatecznej są chyba najprostszymi określeniami wymienionych zasad. Logiczną zasadę niesprzeczności sformułował w podany sposób Arystoteles. Zasadę racji dostatecznej sformułował jako pierwszy G.W. Leibniz, natomiast wskazaną jej interpretacją (każdy fakt ma przyczynę, a każde twierdzenie rację) podaje Nieznański za Witoldem Marciszewskim.

⁹ Ibidem., s. 16.

¹⁰ Przykładowo, w dyskursie postępowania cywilnego, na fakty wskazują: dowody z dokumentów, dowody z zeznań świadków, dowody z opinii biegłych, dowody z oględzin, dowody z przesłuchania stron.

¹¹ Moc uznania danego zdania zależy od różnych czynników. W szczególności, z większą uznaję opinię osoby, która według mnie jest wiarygodna i posiada rzetelne informacje w danej dziedzinie, niż opinię osoby która, moim zdaniem, nie ma chociaż jednej z tych własności.

system formalny może być narzędziem pomocniczym przy analizowaniu argumentacji przeprowadzanych przez strony uczestniczące w dyskursie racjonalnym, w tym dyskursie prawniczym.

2. Założenia logiki epistemicznej Ngoc Duc Ho

Moje rozważania dotyczące konstrukcji logiki (systemu formalnego) przydatnej przy analizie argumentacji przeprowadzanych podczas dyskursu racjonalnego (w tym dyskursu prawniczego) zainspirowane są trójwartościową logiką epistemiczną przedstawioną przez Ngoc Duc Ho¹². System Ngoc Duc Ho wyróżnia się tym, spośród innych systemów dotyczących przekonań, że jego ujęcie semantyczne jest dwuwarstwowe (logika wewnętrzna i logika zewnętrzna) przy czym warstwa wewnętrzna jest trójwartościowa, natomiast warstwa zewnętrzna jest dwuwartościowa logicznie.

Logika skonstruowana przez Ngoc Duc Ho odpiera przynajmniej niektóre zarzuty stawiane zastosowaniu systemów logiki klasycznej do analizy argumentacji przeprowadzanych podczas dyskursu racjonalnego. Po pierwsze, bezpośrednio nie dotyczy ona prawdziwości zdań mówiących o zachodzeniu sytuacji, tylko przekonań podmiotu poznającego co do prawdziwości tych zdań. Po drugie, według mojej opinii, można rozszerzyć listę zdań podstawianych za zmienne zdaniowe o zdania wyrażające poglądy, czy zdania normatywne. Bierze się w niej również pod uwagę niedoskonałość poznawczą podmiotu poznającego.

System formalny skonstruowany przez Ngoc Duc Ho dotyczy akceptacji zdań przez podmiot poznający, przy czym spośród zdań zaakceptowanych wyróżnione są te, dla których akceptację podmiot poznający potrafi uzasadnić. Takie zdania zaliczane są, według Ngoc Duc Ho, do wiedzy podmiotu poznającego. Jeśli chodzi o sam podmiot poznający, to zakłada się tu jego racjonalność, natomiast dopuszcza się jego omyłność oraz brak wszechwiedzy, w tym wszechwiedzy logicznej. Inaczej mówiąc, zakłada się, że: a) podmiot poznający nie uznaje dwóch zdań względem siebie sprzecznych, jeśli tą sprzeczność zauważa, b) zna pewne prawa logiczne klasycznej logiki zdaniowej, ale nie musi znać wszystkich, nie musi też znać wszystkich konsekwencji logicznych uznanych przez siebie zdań, c) podmiot poznający może się czasem mylić akceptując dane zdanie¹³.

Jeśli zaś chodzi o pojęcie wiedzy, to zgodnie z uwagą M. Lechniaka, można podać następujące określenie wiedzy w rozumieniu Ngoc Duc Ho:

Podmiot x wie w chwili t , że p , wtedy, gdy x jest przekonany, że p i posiada wystarczająco mocne kognitywne podstawy, by uzasadnić to przekonanie¹⁴.

¹² Ngoc Duc Ho, *Ein System der epistemischen Logik*, w: Philosophie Und Logik: Frege-Kolloquien 1989 Und 1991, red. W. Stelzner, De Gruyter, Berlin – New York 1993, s. 205–214.

¹³ Ibidem, s. 205 – 206; zob. także: M. Lechniak, *Wielowartościowość, a pojęcia epistemiczne*, „Roczniki Filozoficzne” 2006, nr 54, s. 379–380.

¹⁴ M. Lechniak, op.cit, s. 379.

Pojęcie podmiotu x jest tu rozumiane tak szeroko, że obejmuje dowolną (jedną) racjonalną osobę (lub system, który odbiera, przechowuje i przetwarza informacje), a także dowolny (jeden) moment czasowy. Wobec tego jako skrót wyrażenia „ x wie w czasie t , że p ”, czy „podmiot poznający wie, że p ” używa symbolicznego zapisu: $K(p)$, pozostawiając jako domyślne określenie podmiotu i czasu.

W omawianym systemie wyróżnione są trzy postawy poznawcze podmiotu poznającego: 1) uznanie danego zdania (gdy ma dla niego uzasadnienie), 2) uznanie negacji tego zdania (gdy ma dla niej uzasadnienie), 3) nie uznanie ani danego zdania ani jego negacji (gdy dla żadnego z tych dwóch zdań nie ma uzasadnień).

Alfabet omawianej logiki jest rozszerzeniem alfabetu Klasycznej Logiki Zdaniowej. Do zmiennych zdaniowych, spójników prawdziwościowych i nawiasów, dołączony jest jednoargumentowy funktor zdaniotwórczy K , którego argumentem jest wyrażenie zdaniowe zapisane w języku Klasycznej Logiki Zdaniowej. W najprostszym przypadku, gdy w zasięgu funktora K jest zmienna p , otrzymujemy wyrażenie $K(p)$. Wspomniane postawy poznawcze są semantycznie reprezentowane w logice Ngoc Duc Ho przez liczby: 0, $\frac{1}{2}$, 1 i przypisywane są w następujący sposób:

- 1) gdy podmiot wie, że p , to $K(p) = 1$, natomiast $K(\sim p) = 0$
- 2) gdy podmiot wie, że nieprawda, że p , to $K(p) = 0$, natomiast $K(\sim p) = 1$
- 3) gdy podmiot nie wie tego, że p ani tego, że nieprawda, że p , wówczas $K(p) = K(\sim p) = \frac{1}{2}$. W systemie logicznym Ngoc Duc Ho są dwa rodzaje spójników: spójniki wewnętrzne i spójniki zewnętrzne. a to pociąga za sobą istnienie dwóch rodzajów języków: 1) język wewnętrzny, w którym podmiot formułuje swoje przekonania, 2) język zewnętrzny, w którym wypowiadamy się na temat przekonań podmiotu poznającego¹⁵.

3. Język i ujęcie matrycowe logiki $LSB3_H$

W zasadzie wszystkie dotychczasowe uwagi dotyczące założeń i języka logiki skonstruowanej przez Ngoc Duc Ho dotyczą konstruowanej przeze mnie logiki przekonań $LSB3$ (Three Valued Logic of Strong Belief)¹⁶. Lechniak zwraca jednak uwagę na to, że to co Ngoc Duc Ho nazywa *wiedzą* jest niezgodne ze standardowym rozumieniem pojęcia wiedzy ze względu na brak porównania treści zdania ze stanem faktycznym¹⁷. Z tego powodu zamiast funktora K będzie użyty funktora C_H , a wyrażenie $C_H(p)$ będzie odczytywane jako „podmiot poznający jest pewien (jest przekonany), że p ” przy czym domyślnie zakładać się będzie, że przekonanie to uzyskał ze względu na posiadanie dla p uzasadnienia. Bierze się

¹⁵ Ibidem.

¹⁶ J. Wesserling, *A three-valued doxastic logic based on Kleene's and Bochvar's ideas*. „Studia Philosophiae Christianae” 2019, nr 55, s. 89-113.

¹⁷ M. Lechniak, op.cit., s. 382. Standardowo, na gruncie logik epistemicznych przyjmuje się, że podmiot poznający wie, że dane zdanie jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy sytuacja opisana w tym zdaniu jest faktem, a podmiot poznający jest o tym przekonany.

jednak pod uwagę, zarówno to, że sam potrafił uzasadnić to, że p jak i to, że został przez drugą stronę dyskursu przekonany otrzymując od niej uzasadnienie dla p.

Nieznacznie zmodyfikowany system autorstwa Ngoc Duc Ho będzie miał skrót: $LSB3_H$. Do alfabetu języka rozpatrywanej logiki należą: zmienne zdaniowe ($p, q, r, s, \dots$), spójniki ($\sim, \dot{\cup}, \dot{\cup}^*, \otimes, \ll$), funktor przekonaniowy (C_H), nawiasy¹⁸. Zmienne zdaniowe standardowo reprezentują w systemach logicznych zdania w sensie logicznym, czyli zdania, które są prawdziwe albo fałszywe. W moim mniemaniu, w języku logiki $LSB3_H$ zmienne zdaniowe mogą reprezentować zarówno zdania w sensie logicznym jak i np. zdania wyrażające poglądy, mimo, że poglądom nie przysługują obiektywne wartości logiczne tylko słuszność lub jej brak. Podmiot poznający może być wszak przekonany zarówno co do tego, że dane zdanie jest prawdziwe, jak i do tego, że dany pogląd jest słuszny.

Niech FOR będzie zbiorem formuł zdaniowych (formuł) języka Klasycznej Logiki Zdaniowej (skrót: KLZ). Zbiór formuł języka logiki $LSB3_H$ (FOR_H) definiujemy w następujący sposób: zbiór FOR_H jest najmniejszym zbiorem spełniającym warunki: (a) jeśli $a \in FOR$, to: $C_H(a) \in FOR_H$, (b) jeśli $a^*, b^* \in FOR_H$, to: $\sim a^*, a^* \dot{\cup} b^*, a^* \dot{\cup} b^*, a^* \otimes b^*, a^* \ll b^*$, są również elementami zbioru FOR_H .

Formuły wymienione w podpunkcie (a), czyli formuły wyrażające przekonania podmiotu poznającego (postaci: $C_H(a)$) nazywamy **formułami logiki wewnętrznej**. Formuły powstające zgodnie z podpunktem (b), wyrażające związki pomiędzy różnymi przekonaniem, nazywamy **formułami logiki zewnętrznej**. **Spójnikiem wewnętrznym** danej formuły jest takie wystąpienie spójnika, które znajduje się w zasięgu jakiegoś funktora przekonaniowego tej formuły. **Spójnikiem zewnętrznym** danej formuły a^* jest takie wystąpienie spójnika, które nie znajduje się w zasięgu żadnego funktora przekonaniowego formuły a^* ¹⁹.

Semantycznie, formuły interpretujemy w parze struktur algebraicznych postaci:

$$\mathbf{M}_H = ((\{0, \frac{1}{2}, 1\}, \{\emptyset, C_H, \dot{E}_H, P_H, \dot{U}_H\}, \{1\}), (\{P, F\}, \{\emptyset, C, \dot{E}, P, \dot{U}\}, \{P\}),$$

gdzie: (a) 1 jest elementem wyróżnionym zbioru $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$, (b) operacje: $\emptyset, C_H, \dot{E}_H, P_H, \dot{U}_H$, są semantycznymi odpowiednikami spójników wewnętrznych, (c) operacje: $\emptyset, C, \dot{E}, P, \dot{U}$, są semantycznymi odpowiednikami spójników zewnętrznych, d) P jest wyróżnionym elementem zbioru $\{P, F\}$, gdzie P oznacza prawdę, natomiast F oznacza fałsz.

¹⁸ Ngoc Duc Ho używa innych oznaczeń dla spójników wewnętrznych niż dla spójników zewnętrznych. W języku logiki $LSB3_H$ nie wprowadzam w innych zapisów dla spójników wewnętrznych i zewnętrznych, natomiast w semantycznie spójnikom wewnętrznym odpowiadają inne operacje niż spójnikom zewnętrznym.

¹⁹ Dla przykładu, w formule: $C_H(p \ll q) \otimes C_H(p \otimes q)$, spójnik równoważności występujący w wyrażeniu $C_H(p \ll q)$ oraz spójnik implikacji występujący w wyrażeniu $C_H(p \otimes q)$ są spójnikami wewnętrznymi, natomiast jedynym spójnikiem zewnętrznym jest spójnik implikacji łączący $C_H(p \ll q)$ oraz $C_H(p \otimes q)$.

Poniżej przedstawione są matryce dla semantycznych odpowiedników spójników wewnętrznych logiki LSB_3 :

alternatywa wewn. koniunkcja wewn. implikacja wewn. równoważność

$a \sqcup_H b$	0		1		$a \sqcap_H b$	0	$\frac{1}{2}$	1		$a \Rightarrow_H b$	0	$\frac{1}{2}$	1		$a \Leftrightarrow_H b$	0
0	0	$\frac{1}{2}$	1		0	0	0	0		0	1	1	1		0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1		$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	1	1	1		1	0	$\frac{1}{2}$	1		1	0	$\frac{1}{2}$	1		1	0

negacja wewn.

Niech h będzie funkcją przypisującą stopnie przekonania podmiotowi poznającego zdaniom zapisywanym w języku klasycznej logiki zdaniowej (nazwijmy ją wartościowaniem przekonaniowym). Przypisuje ona stopnie przekonania zgodnie z definicją:

Definicja 1 (wartościowanie przekonaniowe):

Niech h będzie funkcją taką, że $h: \{C_H(\alpha): \alpha \in \text{FOR}\} \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$. Wówczas h jest wartościowaniem przekonaniowym wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są łącznie następujące warunki:

(1) jeśli w jest zmienną zdaniową, to $h(C_H(w)) \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$

(2) jeśli $a, b \in \text{FOR}$, to:

(a) $h(C_H(\sim a)) = \emptyset h(C_H(a))$, (b) $h(C_H(a \cup b)) = h(C_H(a)) \cup h(C_H(b))$,

(c) $h(C_H(a \cap b)) = h(C_H(a)) \cap h(C_H(b))$, (d) $h(C_H(a \Rightarrow b)) = h(C_H(a)) \supset h(C_H(b))$

(e) $h(C_H(a \Leftrightarrow b)) = h(C_H(a)) \equiv h(C_H(b))$

Zdaniom podstawianym za zmienne zdaniowe przypisujemy zatem stopnie przekonań w sposób arbitralny, natomiast stopnie przekonań co do zdań złożonych można obliczyć na podstawie matryc dla spójników wewnętrznych. Jeśli chodzi o arbitralność uznawania zdań podstawianych za zmienne, to przypomnijmy, że aby uznać zdanie za prawdziwe (lub pogląd za słuszny), podmiot poznający musi znać przekonujące go uzasadnienie (albo otrzymać je od drugiej strony biorącej udział w dyskursie). Często sprawą subiektywną jest to, co dla danej osoby jest przekonujące. Oczywiście, są też takie uzasadnienia, które dla każdej racjonalnej osoby muszą być przekonujące. Jeśli, dla przykładu, wskazujemy, że w danym dokumencie jest dany zapis, a potem pokazujemy ten dokument z wymienionym zapisem, to pokazanie tego dokumentu jest uzasadnieniem istnienia w nim wymienionego zapisu.

Wykorzystanie matryc dla spójników wewnętrznych prześledźmy na przykładach. Załóżmy że podmiot poznający jest pewien, że zdanie podstawiane za zmienną „ p ” jest fałszywe, a co do wartości logicznej zdania podstawianego za zmienną „ q ” nie ma pewności. Można to zapisać następująco: $h(C_H(p)) = 0$ oraz $h(C_H(q)) = \frac{1}{2}$. Wówczas:

a) $h(C_H(p \dot{\cup} q)) = 0 \dot{E}_H \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, czyli podmiot poznający nie ma pewności co do wartości logicznej alternatywy rozpatrywanych zdań.

b) $h(C_H(q \dot{\cup} \sim q)) = \frac{1}{2} \dot{E}_H (\emptyset \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \dot{E}_H \frac{1}{2} = 1$, czyli podmiot poznający ma pewność, że alternatywa zdania podstawianego za q i za jego negację jest prawdziwa.

c) $h(C_H(p \dot{\cup} q)) = 0 \zeta_H \frac{1}{2} = 0$, czyli podmiot poznający ma pewność, że koniunkcja rozpatrywanych zdań jest fałszywa.

d) $h(C_H(q \dot{\cup} \sim q)) = \frac{1}{2} \zeta_H (\emptyset \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \zeta_H \frac{1}{2} = 0$, czyli podmiot poznający ma pewność, że koniunkcja zdania podstawianego za q i za jego negację jest fałszywa.

Przechodząc do języka logiki zewnętrznej, wypowiadamy się w nim na temat przekonań podmiotu poznającego. Zdania stwierdzające, że podmiot poznający jest pewien, że jest tak, a nie inaczej, są prawdziwe albo fałszywe. Mają zatem wartości logiczne nawet jeśli przekonania dotyczą słuszności poglądów, czy decyzji. Z kolei, połączenie spójnikiem prawdziwościowym dwóch zdań posiadających wartość logiczną, jest zdaniem złożonym posiadającym wartość logiczną. W logice Ngoc Duc Ho, a co za tym idzie, również w $LSB3_H$ spójniki zewnętrzne rozumiane są tak samo jak spójniki prawdziwościowe KLZ. Korelaty semantyczne spójników zewnętrznych charakteryzują następujące matryce:

a	B	a$\dot{E}$b	aζb	a$\dot{P}$b	a$\dot{U}$b		a	$\emptyset$a
P	P	P	P	P	P		P	F
P	F	P	F	F	F		F	P
F	P	P	F	P	F			
F	F	F	F	P	P			

W zbiorze FOR_H określamy zatem funkcję przypisującą każdej formule jej wartość logiczną (prawdę albo fałsz). Funkcję tą, zależną od wartościowania przekonaniowego (h), będziemy oznaczać symbolem: v_h .

Definicja 2 (wartościowanie logiczne):

Niech v_h będzie funkcją taką, że $v_h: FOR_H \rightarrow \{P, F\}$. Wówczas v_h jest wartościowaniem logicznym wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są łącznie następujące warunki:

- (1) jeśli $a \hat{I} FOR$, to, wtedy i tylko wtedy $v_h(C_H(a)) = P$, gdy $h(C_H(a)) = 1$,
- (2) jeśli $a^*, b^* \hat{I} FOR_H$, to:
 - (a) $v(\sim a^*) = \emptyset v(a^*)$, (b) $v(a^* \dot{\cup} b^*) = v(a^*) \zeta v(b^*)$, (c) $v(a^* \dot{\cup} b^*) = v(a^*) \dot{E} v(b^*)$, (d) $v(a^* \dot{P} b^*) = v(a^*) \dot{P} v(b^*)$, (e) $v(a^* \dot{U} b^*) = v(a^*) \dot{U} v(b^*)$

Przykłady:

1) jeśli $h(C_H(p)) = \frac{1}{2}$, $h(C_H(p \dot{\cup} \sim p)) = (C_H(p)) \dot{E}_H (C_H(\sim p)) = \frac{1}{2} \dot{E}_H \frac{1}{2} = 1$, zatem $v_h(C_H(p \dot{\cup} \sim p)) = P$

2) jeśli $h(C_H(p)) = \frac{1}{2}$ oraz $h(C_H(q)) = 1$, to:

$$v_h(C_H((p \dot{\cup} \sim p) \dot{\cup} q) \dot{P} C_H(q)) = v_h((\frac{1}{2} \dot{E}_H \frac{1}{2}) \zeta_H 1) \dot{U} v_h(1) = v_h(\frac{1}{2} \zeta_H 1) \dot{U} v_h(1) = v_h(\frac{1}{2}) \dot{U} v_h(1) = F \dot{U} P = F$$

3) jeśli $h(C_H(p)) = 0$ oraz $h(C_H(q)) = \frac{1}{2}$, to $h(C_H(\sim p)) = 1$ i $h(C_H(\sim q)) = \frac{1}{2}$, to $v_h[(C_i(p) \dot{P} C_i(q)) \dot{P} (C_i(\sim p) \dot{P} C_i(\sim q))] = (v_h(0) \dot{U} v_h(\frac{1}{2})) \dot{P} (v_h(1) \dot{U} v_h(\frac{1}{2})) = (F \dot{U} F) \dot{P} (P \dot{U} F) = P \dot{P} F = F$

Pojęcie *spełniania*, *tautologiczności* oraz *konsekwencji semantycznej* definiujemy standardowo: Formuła $a^* \hat{I} \text{FOR}_H$ jest **spełniona** przez wartościowanie logiczne v_h wtedy i tylko wtedy, gdy $v_h(a^*)=P$. Formuła $a^* \hat{I} \text{FOR}^*$ jest **tautologią** logiki LSB3_H wtedy i tylko wtedy, gdy a^* jest spełniona przez każde wartościowanie logiczne, v_h .

Tautologiami logiki LSB3_H są następujące formuły charakteryzujące funktor przekonaniowy C_H :

- (T1) $(C_H(a) \dot{\cup} C_H(a \circledast b)) \circledast C_H(b)$
- (T1') $C_H(a \circledast b) \circledast (C_H(a) \circledast C_H(b))$
- (T2) $C_H(a) \circledast \sim C_H(\sim a)$
- (T3) $C_H(a \dot{\cup} b) \ll (C_H(a) \dot{\cup} C_H(b))$
- (T4) $(C_H(a) \dot{\cup} C_H(b)) \circledast C_H(a \dot{\cup} b)$
- (T5) $\sim C_H(a \dot{\cup} \sim a)^{20}$

Tautologię (T1) można interpretować jako przekonaniowy odpowiednik klasycznego prawa *modus ponendo ponens*. Zatem podmiot poznający, na podstawie przekonania, że a oraz przekonania, że zachodzi warunkowa zależność postaci: jeśli a , to b , powinien być przekonany, że b . Wymowa tautologii (T2) jest następująca: jeśli podmiot poznający uznaje a , to nie uznaje negacji a . Na podstawie tautologii (T3), podmiot poznający uznaje prawdziwość koniunkcji dwóch zdań wtedy i tylko wtedy, gdy uznaje prawdziwość każdego z nich. Trochę inaczej sprawa się ma w odniesieniu do alternatywy dwóch zdań. Na podstawie (T4) przekonanie o prawdziwości któregoś z członów alternatywy ma doprowadzić do przekonania co do prawdziwości całej alternatywy dwóch zdań. Tautologią LSB3_H nie jest, natomiast, formuła wyrażająca zależność w drugą stronę:

$$(F1) C_H(a \dot{\cup} b) \circledast (C_H(a) \dot{\cup} C_H(b))^{21}$$

Dla przykładu, osoba A może być przekonana o tym, że osoba B jest w jednym z dwóch (konkretnych) miejsc nie wiedząc, w którym z nich.

Z kolei, tautologiczność formuły (T5) wskazuje na niesprzeczność przekonania podmiotu poznającego, jeśli podmiot zauważa sprzeczność pomiędzy danymi dwoma zdaniami. W mojej opinii, tautologiczność formuł (T1)-(T5) jest efektem wymogu racjonalności podmiotu poznającego.

Należy zauważyć, że w logice LSB3_H są też inne tautologie. Szeroką ich klasę stanowią tautologie logiki wewnętrznej, czyli niektóre formuły postaci $C_H(a)$. Na gruncie logiki wewnętrznej wyrażane są przekonania podmiotu poznającego. Okazuje się, że jeśli formuła postaci $C_H(a)$ jest tautologią logiki LSB3_H , to a jest

²⁰ Tautologiczność formuł (T1)-(T5) można zweryfikować chociażby licząc wartość logiczną danego wyrażenia we wszystkich możliwych przypadkach.

²¹ Jeśli $h(a)=h(b)=1/2$, to $h(a \dot{\cup} b)=1$. Wobec tego $v_h(a \dot{\cup} b)=P$ oraz $v_h(a)=v_h(b)=F$, więc $v_h(C_H(a \dot{\cup} C_H(b))) = P \circledast (F \circledast F) = P \circledast F = F$.

tautologią KLZ. Z drugiej strony formuła: $C_H(((p \dot{\cup} \sim p) \dot{\cup} q) \ll ((p \dot{\cup} q) \dot{\cup} (\sim p \dot{\cup} q)))$, nie jest tautologią $LSB3_H$, mimo że wyrażenie: $((p \dot{\cup} \sim p) \dot{\cup} q) \ll ((p \dot{\cup} q) \dot{\cup} (\sim p \dot{\cup} q))$, jest tautologią KLZ. Tautologiczność w logice wewnętrznej dotyczy zatem tylko pewnego właściwego podzbioru zbioru tautologii KLZ. Ngoc Duc Ho wskazuje, że podzbiorem tym jest zbiór tautologii logiki Łukasiewicza Ł3²². Jeśli chodzi o formuły logiki zewnętrznej, to szeroką, choć nie jedyną, klasę stanowią podstawienia tautologii KLZ. Inaczej, każda tautologia KLZ zapisana w języku $LSB3_H$, jest tautologią logiki zewnętrznej $LSB3_H$. W szczególności, tautologiami podstawienia praw De Morgana. W języku $LSB3_H$ mają one postacie:

(DM1) $\sim(C_H(\alpha) \dot{\cup} C_H(b)) \ll (\sim C_H(\alpha) \dot{\cup} \sim C_H(b))$, **(DM2)** $\sim(C_H(\alpha) \dot{\cup} C_H(b)) \ll (\sim C_H(\alpha) \dot{\cup} \sim C_H(b))$.

W celu wyznaczenia zdań wynikających, na gruncie logiki $LSB3_H$, z danego zbioru zdań, wprowadzamy operację konsekwencji semantycznej, α_{LSB3H} .

Definicja 2 (konsekwencja semantyczna):

Jeśli $X^* \dot{\vdash} FOR_H$ oraz $a^* \dot{\vdash} FOR_H$, to:

$X^* \alpha_{LSB3H} a^*$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathbf{v}_h(a^*) = P$, dla każdego wartościowania $\mathbf{v}_h$, dla którego $\{\mathbf{v}_h(b^*) : b^* \dot{\vdash} X^*\} = \{P\}$.

Na podstawie powyższej definicji oraz pojęcia *tautologii* logiki $LSB3_H$ otrzymujemy

Wniosek 1: a^* jest **tautologią** logiki $LSB3_H$ wtedy i tylko wtedy, gdy: $\alpha_{LSB3H} a^*$

Z kolei, ze względu na matrycę spójnika implikacji zewnętrznej, otrzymujemy metawłasność systemu, którą można sformułować następująco:

Lemat 1: Niech $\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_n^*\} \dot{\vdash} FOR_H$ oraz $a^* \dot{\vdash} FOR_H$. Wówczas, formuła $(b_1^* \dot{\cup} b_2^* \dot{\cup} \dots \dot{\cup} b_n^*)^{\circ} a^*$ jest tautologią logiki $LSB3_H$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_n^*\} \alpha_{LSB3H} a^*$.

Logiczne zależności między formułami logiki wewnętrznej przedstawia, natomiast,

Lemat 2: Niech $a, b \dot{\vdash} FOR$. Wówczas, jeśli $C_H(a^{\circ} b)$ jest tautologią logiki wewnętrznej $LSB3_H$, to $C_H(a) \alpha_{LSB3H} C_H(b)$.

Na podstawie lematu 1 otrzymujemy zależności zachodzące pomiędzy przesłankami i wnioskiem. Zależności te oparte są na relacji wynikania logicznego. Zapisując nad kreską schematy przesłanek wnioskowania, natomiast pod kreską-schemat wniosku, przykładowymi regułami wnioskowania są:

²² Ngoc Duc Ho, podając konstrukcję swojej logiki epistemicznej, poza ujęciem semantycznym wprowadza też ujęcie aksjomatyczne, przy czym aksjomatami logiki wewnętrznej są przekonaniowe wersje aksjomatów logiki Łukasiewicza Ł3 a jedyną regułą pierwotną jest przekonaniowy odpowiednik reguły odrywania. Wprowadza też pojęcie dowodu. Na podstawie szeregu udowodnionych metatwierdzeń wiadomo, że dana formuła jest tautologią logiki Ngoc Duc Ho wtedy i tylko wtedy, gdy ma dowód (słabe twierdzenie o pełności).

$$\begin{aligned}
& C_H(a) C_H(a) C_H(a \circ b) C_H(a \dot{\cup} b) \\
& C_H(a \circ b) C_H(a \circ b) C_H(a) C_H(b) C_H(b \circ a) C_H(\sim a) \\
& C_H(b) C_H(a) \circ C_H(b) \sim C_H(\sim a) C_H(a \dot{\cup} b) C_H(a \ll b) C_H(b)
\end{aligned}$$

Wymienione przykładowe reguły wnioskowań dotyczą rozumowań niezawodnych opartych na relacji wynikania logicznego. Wykorzystując opisywaną logikę do analizy argumentacji użytych w dyskursie racjonalnym możemy (a nawet powinniśmy) rozszerzyć analizę o reguły obowiązujące w dyskursie racjonalnym dotyczącym danej dziedziny. W szczególności, w dyskursie prawniczym, należy wziąć pod uwagę również wnioskowania a simili, wnioskowania a contrario oraz wnioskowania a fortiori. System logiczny będzie wówczas nadzorował niesprzeczność wcześniejszych przekonań podmiotu poznającego z przekonaniem otrzymanymi na drodze danego wnioskowania prawniczego.

4. Rozszerzenia języka logiki $LSB3_H$

Aby prezentowaną logikę przekonań wykorzystać przy analizie argumentacji użytej w dyskursie prawniczym, można jej język rozszerzyć o symboliczne zapisy wyrażen normatywnych (oraz zmienne nazwowe) wnioskujące w budowę zdań odróżniając nakazy od zakazów, czy zdań pozwalających czynienie czegoś w danych okolicznościach²³. Wydaje się, że należałoby wówczas przyjąć, że podmiot poznający powinien uznać (uznać) wszystkie normy obowiązujące w danym systemie prawnym, którego dotyczy dyskurs.

Drugi rodzaj rozszerzenia języka i samej logiki przekonań dotyczy dołączenia do języka logiki $LSB3_H$ dodatkowego funktora wskazującego na to, że podmiot poznający poza byciem pewnym prawdziwości danego zdania (czy słuszności poglądu lub postępowania), może też uznawać zdania z mniejszym stopniem przekonania. W trójwartościowej logice przekonań możemy dodać funktor dopuszczenia możliwości prawdziwości zdania, czy słuszności poglądu lub decyzji (funktory D_H). Zdanie typu „podmiot poznający dopuszcza to, że p” jest prawdziwe w każdej sytuacji (i tylko w takich sytuacjach), w której podmiot poznający nie jest pewien tego, że „~p” jest prawdziwe. Podmiot dopuszcza zatem prawdziwość danego zdania (słuszność danego poglądu, czy postępowania) wtedy i tylko wtedy, gdy nie dysponuje przekonującym (według niego) uzasadnieniem dla „~p” (może znać uzasadnienie dla „p”, ale nie musi). Semantycznie funktor dopuszczenia możliwości określam przez następującą matrycę:

a	$D_H(a)$
0	0
$\frac{1}{2}$	1

²³ Podstawy dotyczące rodzajów funktorów deontycznych i zależności między nimi znajdują się większości podręczników do logiki prawniczej.

1	1
---	---

Po dodaniu funktora D_H rozumianego w powyższy sposób w logice $LSB3_H$ przybywa tautologii. Należą do nich formuły:

$$(D1) D_H(a) \llsim C_H(\sim a)$$

$$(D2) C_H(a) \llsim D_H(\sim a)$$

$$(D3) D_H(a) \dot{\vee} D_H(\sim a)$$

$$(D4) D_H(a \dot{\vee} \sim a)$$

$$(D5) \sim D_H(a \dot{\vee} \sim a)$$

Ostatni, brany tu pod uwagę, rodzaj rozszerzenia związany jest, w moim mniemaniu, z pewną wadą przyjętych matrycowych charakterystyk spójników dwuargumentowych występujących w języku logiki $LSB3_H$. Otóż, zgodnie z matrycą dla spójnika alternatywy i matrycą dla spójnika koniunkcji, w sytuacji, gdy $h(p) = h(q) = \frac{1}{2}$ mamy: $v_h(p \dot{\vee} q) = P$, $v_h(p \dot{\wedge} q) = F$. Rozpatrzmy zatem taką sytuację, w której podmiot poznający ma ustalić miejsce pobytu danej osoby A w danym czasie t, przy czym zdanie podstawiane za „p” wskazuje na jedno (konkretne) miejsce, a zdanie podstawiane za „q” wskazuje na drugie (konkretne) miejsce pobytu osoby A. Wówczas, zgodnie z matrycą dla spójnika alternatywy, podmiot poznający (np. ja) ma być pewien tego, że osoba o której mowa była (jest) w danym czasie w jednym z tych dwóch wymienionych miejsc. Oczywiście, jest możliwa sytuacja w której nie mając pewności co do tego, czy dana osoba była w pierwszym miejscu i nie mając pewności co do tego, czy była w drugim, mam jednak pewność, że była w którymkolwiek z tych dwóch miejsc. Uzasadnieniem dla tej pewności mogą być chociażby słowa osoby B (jeśli uznaję osobę B za wiarygodną), w których stwierdza, że osoba A była w danym czasie w jednym z dwóch konkretnych (wymienionych miejsc). Informacja ta, zgodnie z maksymą jakości sformułowaną przez Grice’a²⁴, wskazuje przy okazji na to, że osoba B (którą pytałem) nie wie, w którym z dwóch miejsc była osoba A w czasie t. Jednak, analizując swoje przekonania i ich logiczne konsekwencje, powinienem brać pod uwagę też inną opcję: można nie wiedzieć w którym z dwóch miejsc znajdowała (znajduje) się osoba A i nie wiedzieć, czy w ogóle była w którymkolwiek z danych dwóch miejsc osoba A w czasie t. Sytuacja ta jest zgodna z następującym opisem matrycowym spójnika alternatywy, $\dot{\vee}_K$ ²⁵:

$a \dot{\vee}_K b$	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
1	1	1	1

²⁴ Jest to jedna z maksym składająca się na zasadę kooperacji. Maksymy Grice’a zostały podane w części pierwsze niniejszego artykułu.

²⁵ Dołączona do symbolu operacji wewnętrznej litera „K” pochodzi od nazwiska S.C.Kleene’a,

Również dla semantycznego odpowiednika wewnętrznej koniunkcji i powiązanych z koniunkcją i alternatywą: wewnętrznej implikacji i wewnętrznej równoważności, w sytuacji gdy $h(p) = h(q) = \frac{1}{2}$, należy rozważyć inną sytuację niż wzięta pod uwagę w logice Ngoc Duc Ho. Wprowadzamy zatem, dodatkowo, następujące matryce dla spójników wewnętrznych:

$a \underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}} b$	0	$\frac{1}{2}$	1		$a \underset{\mathbf{K}}{\mathcal{P}} b$	0	$\frac{1}{2}$	1		$a \underset{\mathbf{K}}{\mathcal{U}} b$	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	0	0		0	1	1	1		0	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1		1	0	$\frac{1}{2}$	1		1	0	$\frac{1}{2}$	1

:

Wprowadzenie tych dodatkowych operacji dla dwuargumentowych spójników wewnętrznych wiąże się z rozszerzeniem języka o funktor $\underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}}$, dla którego wartości będziemy liczyć zgodnie z podanymi wyżej matrycami.

5. Dwa funktory wyrażające przekonania

Jeśli do alfabetu języka logiki $LSB3_{\mathbf{H}}$ dołączymy funktor $\underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}}$ i rozszerzymy w naturalny sposób zbiór formuł wewnętrznych, a także pojęcia wartościowanie przekonaniowe, i wartościowania logicznego, to otrzymamy logikę na podstawie której można porównywać własności obu rodzajów pewności ($\underset{\mathbf{H}}{\mathcal{C}}$ oraz $\underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}}$)²⁶.

Definicja 3 (zbiór formuł):

Niech FOR będzie zbiorem formuł KLZ. Wówczas $FOR_{\mathbf{HK}}$ jest najmniejszym zbiorem spełniającym warunki: (a) jeśli $a \in FOR$, to: $\underset{\mathbf{H}}{\mathcal{C}}(a) \in FOR_{\mathbf{HK}}$ oraz $\underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}}(a) \in FOR^*$, (b) jeśli $a^*, b^* \in FOR^*$, to: $\sim a^*, a^* \underset{\mathbf{H}}{\mathcal{U}} b^*, a^* \underset{\mathbf{K}}{\mathcal{U}} b^*, a^* \underset{\mathbf{H}}{\mathcal{P}} b^*, a^* \underset{\mathbf{K}}{\mathcal{P}} b^*$, są również elementami zbioru FOR^* .

Definicja 4 (wartościowanie przekonaniowe):

Niech h będzie funkcją taką, że $h: \{\underset{\mathbf{H}}{\mathcal{C}}(\alpha): \alpha \in FOR\} \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$. Wówczas h jest wartościowaniem przekonaniowym wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są łącznie następujące warunki:

(1) jeśli w jest zmienną zdaniową oraz α , to $h(\underset{\mathbf{K}}{\mathcal{C}}(w)) = h(\underset{\mathbf{H}}{\mathcal{C}}(w)) \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$

(2) jeśli $a, b \in FOR$ oraz $i \in \{\mathbf{H}, \mathbf{K}\}$, to:

(a) $h(\underset{i}{\mathcal{C}}(\sim a)) = \emptyset h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a))$, (b) $h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a \underset{i}{\mathcal{U}} b)) = h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a)) \underset{i}{\mathcal{C}} h(\underset{i}{\mathcal{C}}(b))$,

(c) $h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a \underset{i}{\mathcal{P}} b)) = h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a)) \underset{i}{\mathcal{P}} h(\underset{i}{\mathcal{C}}(b))$, (d) $h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a \underset{i}{\mathcal{R}} b)) = h(\underset{i}{\mathcal{C}}(a)) \underset{i}{\mathcal{P}} h(\underset{\mathbf{H}}{\mathcal{C}}(b))$

²⁶ Nie zmieniamy wcześniej podanych sformułowań dotyczących spełniania przez wartościowanie logiczne, tautologii logicznej i konsekwencji semantycznej

$$(e) h(C_i(a \ll b)) = h(C_i(a)) \hat{\cup}_i h(C_i(b))$$

Definicja 4 (wartościowanie logiczne):

Niech $\mathbf{v}_h$ będzie funkcją taką, że $\mathbf{v}_h: \text{FOR}^* \rightarrow \{P, F\}$, niech $i \in \{H, K\}$. Wówczas $\mathbf{v}_h$ jest wartościowaniem logicznym wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są łącznie następujące warunki:

(1) jeśli $a \in \text{FOR}$, to, wtedy i tylko wtedy $\mathbf{v}_h(C_i(a)) = P$, gdy $h(C_i(a)) = 1$,

(2) jeśli $a^*, b^* \in \text{FOR}^*$, to:

(a) $\mathbf{v}(\sim a^*) = \emptyset \mathbf{v}(a^*)$, (b) $\mathbf{v}(a^* \hat{\cup} b^*) = \mathbf{v}(a^*) \hat{\cap} \mathbf{v}(b^*)$, (c) $\mathbf{v}(a^* \hat{\cup} b^*) = \mathbf{v}(a^*) \hat{\cap} \mathbf{v}(b^*)$, (d) $\mathbf{v}(a^* \otimes b^*) = \mathbf{v}(a^*) \cap \mathbf{v}(b^*)$, (e) $\mathbf{v}(a^* \ll b^*) = \mathbf{v}(a^*) \hat{\cup} \mathbf{v}(b^*)$

Pomiędzy własnościami funktorów C_H oraz C_K są podobieństwa i są też różnice²⁷. W szczególności, istnieją tautologie logiczne z jedynym funktorem przekonaniowym C_H , które po zamianie funktora przekonaniowego na C_K , też są tautologiami. Jeśli $i \in \{H, K\}$, to tautologiami logicznymi są, w szczególności:

$$(T1) (C_i(a) \hat{\cup} C_i(a \otimes b)) \otimes C_i(b)$$

$$(T1') C_i(a \otimes b) \otimes (C_i(a) \otimes C_i(b))$$

$$(T2) C_i(a) \otimes \sim C_i(\sim a)$$

$$(T3) C_i(a \hat{\cup} b) \ll (C_i(a) \hat{\cup} C_i(b)),$$

$$(T4) (C_i(a) \hat{\cup} C_H(b)) \otimes C_i(a \hat{\cup} b)$$

$$(T5) \sim C_i(a \hat{\cup} \sim a)$$

$$(T6) C_i(a \otimes b) \ll C_i(\sim a \hat{\cup} b),$$

$$(T7) C_i(a \ll b) \ll C_i[(\sim a \hat{\cup} b) \hat{\cup} (\sim b \hat{\cup} a)]$$

$$(T8) C_i(a) \ll C_i(\sim \sim a),$$

$$(T9) C_i(\sim(a \hat{\cup} b)) \ll C_i(\sim a \hat{\cup} \sim b)$$

$$(T10) C_i(\sim(a \hat{\cup} b)) \ll C_i(\sim a \hat{\cup} \sim b)$$

$$(T11) \sim C_i(a \hat{\cup} \sim a)$$

Do formuł, które z kolei, nie są ani tautologiami logicznymi dotyczącymi funktora C_H ani tautologiami dotyczącymi funktora C_K , należą:

$$(NT1) \sim C_i(\sim p) \otimes C_i(p),$$

$$(NT2) C_i(p) \hat{\cup} C_i(\sim p)$$

$$(NT3) (C_i(p) \ll C_i(q)) \otimes (C_i(\sim p) \ll C_i(\sim q))$$

$$(NT4) [(C_i(p) \ll C_i(q)) \hat{\cup} (C_i(r) \ll C_i(s))] \otimes [C_i(p \otimes r) \ll C_i(q \otimes s)]$$

Kolejne podobieństwo można zauważyć na podstawie twierdzenia:

Twierdzenie 1:

Niech $\mathbf{v}: \text{FOR}_{ji} \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ będzie wartościowaniem logicznym $i \in \{H, K\}$. Wówczas:

jeśli $\mathbf{v}_h(C_i(a) \ll C_i(b)) = P$, oraz $\mathbf{v}_h(C_i(\sim a) \ll C_i(\sim b)) = P$, to to $h(C_i(a)) = h(C_i(b))$.

²⁷ Przekonania, które wyrabiane są w stosunku do zdań złożonych tylko na podstawie przekonania co do zdań prostych, były analizowane w artykule: J.Wessering, *A three-valued doxastic logic based on Kleene's and Bochvar's ideas*. „Studia Philosophiae Christianae” nr 55, s. 89-113.

Na podstawie twierdzenia 2 wartości logiczne mogą wyznaczyć jednoznacznie stopień przekonania, ale tylko wtedy, gdy dotyczą zarówno danego zdania jak i jego negacji.

Pomiędzy własnościami funktorów C_H oraz C_K zachodzą nie tylko podobieństwa, ale też różnice. Najważniejszą jest ta, że istnieją formuły postaci $C_H(\alpha)$ będące tautologiami logicznymi, natomiast nie istnieją tautologie postaci $C_K(\alpha)$ ²⁸. Oceniając więc zdania złożone zgodnie z matrycami logiki wewnętrznej w systemie LSB3_H każdy podmiot poznający uznaje za prawdziwe niektóre te same zdania (podstawienia tautologii logiki Łukasiewicza Ł3), natomiast oceniając zgodnie z matrycami dla spójników wewnętrznych wyznaczających C_K , nie ma żadnych wspólnych przekonań dla wszystkich podmiotów poznających.

Jeśli zaś chodzi o tautologie logiki zewnętrznej, to:

istnieją tautologie logiczne z funktorem C_H , których odpowiedniki z funktorem C_K nie są tautologiami.

Formuła: $C_H((p \dot{\cup} \sim p) \dot{\cup} q) \ll C_H(q)$, jest tautologią logiki zewnętrznej, natomiast formuła $C_K((p \dot{\cup} \sim p) \dot{\cup} q) \ll C_K(q)$, nie jest tautologią.

istnieją tautologie logiczne z funktorem C_K , których odpowiedniki z funktorem C_H nie są tautologiami.

Formuły nie będące tautologiami logicznymi Tautologie logiczne

$$C_H(p \dot{\cup} q) \ll (C_H(p) \dot{\cup} C_H(q)) \quad C_K(p \dot{\cup} q) \ll (C_K(p) \dot{\cup} C_K(q))$$

$$C_H(p \dot{\cup} \sim p) \ll (C_H(p) \dot{\cup} C_H(\sim p)) \quad C_K(p \dot{\cup} \sim p) \ll (C_K(p) \dot{\cup} C_K(\sim p))$$

$$C_H(p \dot{\cup} p) \ll C_H(p) \quad C_K(p \dot{\cup} p) \ll C_K(p)$$

$$C_H(\sim(p \dot{\cup} p)) \ll C_H(\sim p) \quad C_K(\sim(p \dot{\cup} p)) \ll C_K(\sim p)$$

6. Perspektywa dalszych badań – logika LSB3

Podział przekonań podmiotu poznającego na przekonania oznaczone funktorami C_H oraz C_K jest podziałem ze względu na sposób w jaki są one wyrabiane przez podmiot poznający. Pierwszy ze sposobów (C_H) dotyczy uznania za prawdziwe (fałszywe) danego zdania „odgórnie”. Chodzi tu o taki przypadek, gdy jesteśmy przekonani o prawdziwości (fałszywości) zdania złożonego, nawet jeśli nie mamy pewności co do tego, czy któreś ze zdań składowych jest prawdziwe (fałszywe). W drugim z wyróżnionych sposobów (C_K) podmiot poznający wyrabia sobie przekonania na temat zdania złożonego wyłącznie na podstawie swoich przekonań odnośnie zdań składowych. W szczególności, jeśli nie ma pewności co do wartości logicznej żadnego ze zdań składowych, to nie ma też pewności co do wartości logicznej zdania złożonego.

²⁸ Ibidem, s.100.

Uznaję, że te dwa rodzaje przekonań wzajemnie się uzupełniają. Inaczej mówiąc, ta sama osoba ocenia jedno zdanie złożone w pierwszy z podanych sposobów (C_H), a inne zdanie złożone – drugim sposobem (C_K).

W celu połączenia przekonań rodzajów: C_H , C_K tak, aby dotyczyły tego samego podmiotu poznającego, do języka wprowadzam jeszcze jeden funktor przekonaniowy (C) oraz funktor wyboru rodzaju przekonań (H). Funktor H nie jest funktorem przekonaniowym- odnosi się tylko do prawdy i fałszu. Dlatego też podlega prawom logiki klasycznej. Z tego powodu tautologią docelowej logiki LSB3 musi być formuła: $H(\alpha) \dot{\cup} \sim H(\alpha)$.

Proponuję następujący sposób odczytywania:

$C_H(\alpha)$ – podmiot poznający jest przekonany odgórnie, że α . (inaczej: na podstawie logiki H_0 podmiot poznający jest pewien, że α)

$C_K(\alpha)$ – podmiot poznający jest przekonany, że α , na podstawie argumentów funktora głównego (inaczej: na podstawie logiki Kleene’a podmiot poznający jest pewien, że α).

$C(\alpha)$ – podmiot poznający jest przekonany, że α .

Do języka rozpatrywanej logiki dołączamy funktor wyboru: H. Formuły zdaniowe z tymi funktorami odczytujemy następująco:

$H(\alpha)$ – podmiot poznający ocenia α odgórnie (inaczej: podmiot poznający ocenia α zgodnie z logiką H_0).

W celu połączenia dwóch omawianych funktorów przekonaniowych (C_H i C_K) w jeden (C) należałoby semantycznie zapewnić docelowej logice LSB3 tautologiczność formuł:

$$(1) H(\alpha) \textcircled{*} [(C(\alpha) \ll C_H(\alpha)) \dot{\cup} (C(\sim\alpha) \ll C_H(\sim\alpha))$$

$$(2) \sim H(\alpha) \textcircled{*} [(C(\alpha) \ll C_K(\alpha)) \dot{\cup} (C(\sim\alpha) \ll C_K(\sim\alpha))$$

Tautologiczność formuł (1), (2) powoduje, że względu na Twierdzenie 1, jednoznaczność wyznaczenia semantycznego korelatu przekonaniowego dla funktora C.

Wydaje się też naturalne uznać, że podmiot poznający ocenia w ten sam sposób formuły o których jest przekonany, że są równoważne. Można też się spodziewać, że własności wspólne dla przekonań C_H , C_K , będą własnościami przekonania C. Do tautologii logiki LSB3 powinny, przykładowo, należeć formuły:

$$(T1) C(a \textcircled{*} b) \textcircled{*} (C(a) \textcircled{*} C(b))$$

$$(T2) C(a) \textcircled{*} \sim C(\sim a)$$

$$(T3) C(a \dot{\cup} b) \ll (C(a) \dot{\cup} C(b)),$$

$$(T4) (C(a) \dot{\cup} C(b)) \textcircled{*} C(a \dot{\cup} b)$$

$$(T5) C(a \textcircled{*} b) \ll C(\sim a \dot{\cup} b),$$

$$(T6) C(a \dot{\cup} b) \ll C(b \dot{\cup} a)$$

$$(T7) C(a \dot{\cup} b) \ll C(b \dot{\cup} a)$$

Ze względu jednak na fakt, że żadna formuła postaci $C_K(a)$ nie jest tautologią logiczną, w logice wewnętrznej LSB3 nie musi być tautologią. Możemy natomiast

uznać, że pewne rodzaje formuł (np. $a \dot{\cup} \sim a$), podmiot poznający ocenia zgodnie z logiką Ngoc Duc Ho, a inne (np. $a \dot{\cup} a$) zgodnie z logiką Kleena. Wówczas, że względu na formuły (1) i (2) otrzymamy: $C(a \dot{\cup} \sim a) \ll C_H(a \dot{\cup} \sim a)$, $C(a \dot{\cup} a) \ll C_K(a \dot{\cup} a)$.

Wracając na koniec do sytuacji, w której osoba A nie ma pewności co do tego, czy osoba B jest w pierwszym z dwóch miejsc i nie ma pewności, co do tego, czy jest w drugim. Wówczas:

jeśli osoba A ocenia ogólnie zdanie stwierdzające, że B jest w jednym z tych dwóch miejsc, to w logice LSB3 będzie oznaczało, że $v_h(H(p \dot{\cup} q)) = P$, a wobec tego $v_h(C(p \dot{\cup} q)) = v_h(C_H(p \dot{\cup} q)) = P$

jeśli osoba A ocenia omawiane zdanie tylko na podstawie swoich przekonań co do zdań składowych, to LSB3 będzie oznaczało, że $v_h(\sim H(p \dot{\cup} q)) = P$, a wobec tego $v_h(C(p \dot{\cup} q)) = v_h(C_K(p \dot{\cup} q)) = F$.

Podsumowanie

Trójwartościowa logika skonstruowana przez Ngoc Duc Ho wydaje się być pomocna przy analizie argumentacji stosowanych w dyskursie racjonalnym (w szczególności- prawniczym). Mimo, że w centrum zainteresowania tego systemu (jak i zdecydowanej większości systemów formalnych) jest relacja wynikania logicznego, to można tu brać też pod uwagę wnioskowania, które nie są oparte na wynikaniu logicznym. Wówczas chodzi o sprawdzanie, czy przekonania danego podmiotu poznającego nie są sprzeczne. Poza tym, założenie o znajomości podstawowych praw logiki jest zapewne słuszne w odniesieniu do dyskursu racjonalnego. Przecież nawet w teorii argumentacji nie odnoszącej się bezpośrednio do logiki formalnej wykorzystuje się sens praw logiki klasycznej.

Ponadto, logika Ngoc Duc Ho odpiera co najmniej dwa zarzuty stawiane systemom logiki klasycznej: 1) odnoszenie się tylko do wartości obiektywnych podczas, gdy argumentując opieramy się na wartościach subiektywnych, 2) ograniczenie zbioru zdań podstawianych za zmienne do tych, które są prawdziwe lub fałszywe podczas, gdy argumentujemy również w kwestii poglądów lub działań, wyroków, które mogą być słuszne, korzystne, sprawiedliwe.

W pewnych sytuacjach, już po zapisaniu wypowiedzianych zdań przez strony biorące udział w dyskursie, logika przedstawiona przez Ngoc Duc Ho wydaje się być jednak niewystarczająca. Z tego powodu wprowadziliśmy funktor przekonaniowy, zapisany w artykule symbolem C_K . Potrzeba połączenia dwóch funktorów przekonaniowych (C_H oraz C_K) w jeden (C) doprowadziła do próby skonstruowania logiki przekonań LSB3.

Chociaż docelowa logika przekonań LSB3 (nad którą praca wciąż trwa) jest dość skomplikowana, wydaje się odzwierciedlać sposób faktycznego kształtowania przekonań podmiotu poznającego odnośnie zdań złożonych i może dlatego zasługuje na zwrócenie na nią uwagi.

Bibliografia

- Ho Ngoc Duc, *Ein System der epistemischen Logik*, w: Philosophie Und Logik: Frege- Kolloquien 1989 Und 1991, red. W. Stelzner, De Gruyter, Berlin – New York 1993, s. 205–214.
- Lechniak M., *Wielowartościowość a pojęcia epistemiczne*, „Roczniki Filozoficzne” 2006, nr 54, s. 375–390.
- Nieznański E., *Logiczne i retoryczne zasady dyskursu prawniczego*, „Ius Novum” 2014, nr specjalny, s. 13–23.
- Nieznański E., *Analiza logiczna pojęcia dowodu w Kodeksie postępowania cywilnego*, „Myśl ekonomiczna i prawna” 2004, nr 6, s.65–72.
- Perelman Ch., *Logika prawnicza. Nowa retoryka*, Warszawa 1984.
- Tokarz M., *Elementy pragmatyki logicznej*, Warszawa 1993.
- Wessering J., *A three-valued doxastic logic based on Kleene's and Bochvar's ideas*, „Studia Philosophiae Christianae” 2019, nr 55, s.89–113.
- Wójcicki R., *Wykłady z logiki z elementami teorii wiedzy*, Warszawa 2003.

Streszczenie

Artykuł dotyczy konstrukcji logiki przekonań adekwatnej dla wspomagania analizy argumentacji stosowanych w dyskursie racjonalnym, w tym w dyskursie prawniczym. Przytoczona została definicja R. Wójcickiego pojęcia *dyskurs*. Podane zostały warunki, jakie muszą być spełnione, aby dyskurs mógł być uznany za racjonalny, a także warunki spełnione przez dyskurs prawniczy. Przedstawione zostały założenia trójwartościowej logiki przekonań Ngoc Duc Ho, a także logika $LSB3_H$ **będąca przekonaniową wersją omawianego systemu. Poza funktorem przekonaniowym C_H** odnoszącym się do zwrotu „na podstawie logiki Ho podmiot poznający jest pewien, że ...” wprowadzony został drugi funktor przekonaniowy, C_K . Ze względu na uzupełnianie się korelatów semantycznych wymienionych funktorów, podjęto próbę połączenia ich tak, aby otrzymać funktor przekonaniowy adekwatny dla argumentacji przeprowadzanych w dyskursie racjonalnym.

Abstract

This article discusses the construction of a belief logic adequate to support the analysis of argumentations used in rational discourse, including legal discourse. R. Wójcicki's definition of the concept of discourse is cited. The conditions that must be met for a discourse to be considered rational are presented, as well as the conditions met by legal discourse. The assumptions of Ngoc Duc Ho's three-valued logic of beliefs are presented, as well as the $LSB3_H$ logic, which is a belief-based version of the system discussed. In addition to the belief functor C_H , which refers to the phrase „based on the logic of Ho, the knowing subject is certain that ...”, a second belief functor, C_K , is introduced. Due to the complementary semantic correlates of these functors, an attempt is made to combine them to obtain a belief functor appropriate for arguments conducted in rational discourse.

Słowa kluczowe: argumentacja, dyskurs racjonalny, dyskurs prawniczy, podmiot poznający, trójwartościowa logika uzasadnionych przekonań

Keywords: argumentation, rational discourse, legal discourse, knowing subject, three-valued logic of justified beliefs