Aneks II zawiera edycję jednej z wersji traktatu polsko-tureckiego, znajdującą się w rękopisie nr 2285/II, k. 47, przechowywanego w zbiorach Biblioteki Zakładu Narodowego im. Ossolińskich we Wrocławiu. Szkoda, że wydawca nie wskazał, wedle jakich reguł dokonał tej edycji. W aneksie III znalazł się *Comput wojska JKMCI pozostałego w służbie po ekspedycji tureckiej, 1635*, znajdujący się w spuściźnie Władysława Czaplińskiego w Bibliotece Ossolińskich w ww. bibliotece (rękopis 18537/II, k. 126-126v.) Po raz kolejny błędnie zidentyfikowano starostę kamienieckiego, zaś wojewodzic bracławski to nie Mikołaj Potocki, późniejszy hetman, ale prawdopodobnie Andrzej, jeden z synów Stanisława Rewery, rotmistrzami kozackimi byli natomiast Hiacynt (Jacek) Mielecki (a nie Kazimierz) oraz Eliasz Czetwertyński (a nie Stefan).

Godne pochwały jest zamieszczenie w pracy map przedstawiających działania wojsk polskich i tureckich we wrześniu i październiku 1633 r., działań armii tureckiej pomiędzy 19 a 22 października t.r., trzech szkiców obrazujących bitwę pod Kamieńcem Podolskim 22 października oraz działań po bitwie w październiku t.r. Książka zawiera także obszerną bibliografię z podziałem na źródła rękopiśmienne, starodruki, wydawnictwa źródłowe oraz opracowania. Została także zaopatrzona w indeks osobowy, do którego wkradły się jednak pewne błędy i nieścisłości. Dla przykładu słynny kardynał Richelieu powinien w nim wystąpić jako Armand Jean du Plessis de Richelieu pod literą R (a nie A). Remigian Andrzejewski nie był porucznikiem husarskim „w ogóle", ale zastępcą podkanclerzego koronnego Tomasza Zamoyskiego, rotmistrzem kozackim był nie Bajbuz, ale Semen Bajbuza, zaś Mikołaj Hannibal to Mikołaj Hannibal Strozzi, stąd bardziej uzasadniona byłaby jego obecność pod literą S. Rotmistrzowie: husarski Mikołaj Bobiatyński oraz piechotny Mikołaj Bolatyński to jedna i ta sama osoba (Mikołaj Bobiatyński), podobnie jak Fryderyk Denhoff i tajemniczy Dynaph. W polsko-litewskiej armii nie występował stopień porucznika koronnego, przypisany Maksymilianowi Brzozowskiemu.

Artykuł Cevrioğlu dobitnie pokazał, że Autor recenzowanej książki nie zdołał zrealizować podstawowego celu, jakim było odtworzenie zamierzeń oraz poczynań strony tureckiej. Badania Pawła Dudy pokazują także, że konieczne jest dokładniejsze zbadanie międzynarodowego kontekstu konfliktu. Autor zebrał cenny, choć niepełny, materiał dotyczący działań strony polsko-litewskiej, zwłaszcza w kontekście wojskowym, choć niejednokrotnie można mieć zastrzeżenia do przyjętych przezeń metod interpretacji oraz uzyskanych wniosków.

rec. Przemysław Gawron

Giusti Enrico, Paolo d'Alessandro (edd.), Leonardi Bigolli Pisani *vulgo* Fibonacci, *Liber Abbaci* = Biblioteca di Nuncius, Studi e testi LXXIX, Leo S. Olschki, Firenze MMXX, pp CXVII+822.

Per gli specialisti della matematica il Fibonacci rimane un punto di riferimento imprescindibile qualora si voglia interpellare la storia dei numeri (cioè di quegli enti matematici che specificano la quantità) e l'evolversi della conoscenza della loro complessità. Il *Liber Abbaci*, ben noto anche come *Liber de numero* (il libro del calcolo), dopo vari secoli appare ora in edizione critica sotto l'egida dell'Università di Pisa e del Museo Galileo di

Firenze. Per un avvio alla comprensione del suo contenuto e alla contestualizzazione delle sue origini la presente recensione si snoda su due versanti e una conclusione.

L'opera si apre con questa affermazione: „Novem figure Indorum hee sunt: 9[viiii] 8[viii] 7[vii] 6[vi] 5[v] 4[iiii] 3[iii] 2[ii] 1[i]. Cum his itaque novem figuris et cum hoc signo 0, quod arabice *zephirum* appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur (Le nove cifre utilizzate dagli Indiani sono queste […]. Con tali nove cifre e con questo altro segno – 0 – che in arabo si chiama *zephirus* [zero] si scrive un qualunque altro numero, come si mostrerà tra poco)" (cap. I, nn. 13-14).

E da qui si dipana tutto il complesso contenuto che costituisce la base „su cui si sviluppò nell'Italia dei secoli XIII-XVI un fenomeno del tutto nuovo: le „scuole d'abaco", un'istituzione fondamentale per la storia d'Europa" (*Prefazione*, p. IX). Si trattava di scuole da cui provenivano „gli artigiani, gli artisti, gli architetti, gli ingegneri, gli idraulici, gli agrimensori, i cartografi, i maestri d'artiglieria" (p. X) come Piero della Francesca, Machiavelli, Leonardo da Vinci, Michelangelo e tanti altri.

1. Da otto secoli „facciamo di conto" con questi numeri

Tra il XII e il XIII secolo vive in Toscana un matematico che ha lasciato un segno indelebile nella cultura italica anzitutto, diffusa successivamente a livello universale. Si tratta di Leonardo Pisano detto il Fibonacci dal nome del padre, *filius Bonacii*. Nasce a Pisa verso il 1170 (incerta è la data della sua morte). La sua passione per i numeri lo porta a offrire un contributo decisivo alla rinascita delle scienze esatte.

All'inizio del secondo millennio, in pieno Medio Evo, si continuava a far di conto fondamentalmente con il sistema dei numeri romani. Ma lo sviluppo dei commerci che le Repubbliche marinare – e non solo – realizzavano con il Medio Oriente aveva comportato problemi notevoli nel computo. Il padre, commerciante, invia pertanto il figlio Leonardo in vari luoghi del Mediterraneo, dalla Provenza a Costantinopoli, dalla Sicilia al Medio Oriente, per rendersi conto e apprendere meglio il segreto nell'uso dei numeri valorizzato dagli Arabi, e proveniente dal lontano contesto dell'India.

L'esperienza maturata alla luce degli sviluppi dell'algebra – opera di Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, matematico e astronomo persiano, padre dell'algebra (*al-gabr* è il titolo del suo trattato, sec. IX), di tre fratelli matematici Banu Musa di Bagdad (sec. IX), specialisti in geometria, meccanica e astronomia, del matematico egiziano Abu Kamil Shuja ibn Aslam (sec. X), come pure per gli influssi del filosofo, astronomo e matematico spagnolo Abraham bar Hiyya (noto come Savasorda, secc. XI-XII, traduttore tra l'altro di opere di matematici arabi in latino) – permette al Fibonacci di elaborare una sintesi che è poi diventata classica sotto il nome del *Liber Abbaci*.

A distanza di secoli appare nel 2020 l'edizione critica di quest'opera. L'ampio titolo denota, secondo lo stile medievale, autore e contenuto: „Leonardi Bigolli Pisani *vulgo* Fibonacci, *Liber Abbaci*". Mentre più sotto, nel punto n. 2 si offre una lettura del contenuto dell'opera in ottica specificamente matematica, qui si richiama il valore dell'amplissima *Introduzione* (in italiano e in inglese, pp. XII-CXVII) dove si presentano le fonti manoscritte seguite nel predisporre l'edizione critica e i criteri editoriali (comprese le varianti ortografiche, le lacune e le omissioni presenti nei 19 codici recensiti).

Il testo critico che segue, tutto in latino, è costantemente arricchito di schemi numerici che illustrano graficamente il discorso dell'Autore. I quindici capitoli, completati da un'*Appendix critica* (pp. 693-822), offrono a tutti coloro che possiedono il linguaggio matematico – unitamente alla conoscenza accurata della lingua latina – l'opportunità di godersi il ragionamento logico del Fibonacci.

Nella *Prefazione* – a firma di Paolo Galluzzi, direttore del Museo Galileo, e di Paolo Mancarella, rettore dell'Università di Pisa – si ricorda ancora che „Leonardo Pisano è una componente essenziale del nostro patrimonio culturale" (p. XI) perché l'opera riunisce il sapere che si era diffuso „nelle piazze commerciali del Mediterraneo tornato nel corso del XII secolo a essere luogo di scambi, incontri e scontri fra il mondo latino, le terre mussulmane e l'Oriente greco". Tutto questo mette il lettore di fronte a „temi di matematica "dilettevole e curiosa" (basti citare i famosi problemi della scacchiera e quello dei conigli) e argomenti di matematica superiore, quali algoritmi complessi per ciò che oggi chiameremmo risoluzioni di sistemi di equazioni lineari, estrazioni di radici quadrate e cubiche, risoluzione di equazioni di secondo grado" (p. IX).

2. La matematica prima e dopo Fibonacci

Se pensiamo che la matematica che studiamo a scuola sia difficile, significa che non siamo abbastanza grati per *come* la rappresentiamo.

Sebbene tutt'oggi ancora nessuno sappia se questa scienza sia stata „inventata" oppure sia l'essenza intrinseca del nostro Universo, sicuramente la notazione che usiamo per raffigurarla è un artificio del genere umano e, in quanto tale, è mutabile. I due grandi sistemi di numerazione a cui siamo certamente abituati sono quello indo-arabico, o decimale, e quello romano, il quale venne soppiantato dal primo – con uno sforzo non trascurabile – grazie all'opera del prestigioso matematico pisano. Ma come mai il glorioso sistema romano è caduto così miseramente in oblio? Ovviamente qualche difetto vi era; vediamo nel dettaglio le caratteristiche di entrambi.

Il sistema indo-arabico si caratterizza per essere allo stesso tempo decimale e posizionale, ovvero: utilizza dieci simboli chiamati cifre (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) che, combinati in maniera diversa, permettono di rappresentare infiniti numeri; le quantità sono raggruppate di dieci in dieci (dieci unità formano una decina, dieci decine formano un centinaio, e così via…); a seconda della posizione occupata nel numero, ogni cifra può assumere valori, o meglio „pesi", diversi, servendo da unità, decina o centinaia.

Il sistema romano è un sistema di numerazione non posizionale e additivo-sottrattivo: a differenza del sistema decimale, ad ogni numero viene associato un simbolo letterale (I, V, X, L, C, D, M), il cui valore rimane invariato indipendentemente dalla posizione; ogni numero rappresenta la somma o la differenza dei valori che lo compongono.

Come si può facilmente intuire la quantità di numeri rappresentabile tramite il sistema di numerazione romano è limitata – da 1 a 3999 – e per aggirare questo ostacolo si ricorreva a linee orizzontali o verticali poste sopra o accanto ad essi, che, tuttavia, rendevano la scrittura dei numeri piuttosto pesante. Un altro punto debole del sistema romano sono le banali operazioni tra numeri (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione): gli antichi commercianti romani erano costretti a servirsi dell'abaco (strumento di calcolo dell'antichità) per svolgere i propri calcoli. Infine si noti l'assenza di un simbolo per esprimere lo zero (chiamato dal Fibonacci „zefiro", dall'arabo *sifr*), che invece risulterà essenziale per lo sviluppo della matematica moderna.

Vale la pena osservare la potenza di questa cifra, rappresentante del „nulla", che terrorizzò gli Europei a tal punto da venire considerata un'invenzione del diavolo. Essa consente di „saltare" una posizione e dare il valore appropriato alle cifre che la precedono o la seguono: difatti, come siamo ben abituati a vedere, aggiungere la cifra zero alla fine di un numero (*zero operatore*) equivale a moltiplicarlo per 10, dato che lavoriamo con un sistema decimale, e siamo anche in grado di notare l'enorme differenza tra il numero 35 e 305 (in questo caso si parla di *zero mediale*).

Quindi lo 0 e il sistema posizionale sono intimamente collegati e insieme permisero una rivoluzionaria semplificazione delle operazioni aritmetiche: ad esempio, nell'addizione si mettono i numeri da sommare uno sotto l'altro e li si può addizionare colonna per colonna, riportando i totali eccedenti il 10 nella colonna a fianco (ordine superiore). Se si usano invece i numeri romani tutto diventa molto più complicato: non a caso gli abachi erano uno strumento indispensabile.

Quando il *Liber Abbaci* venne pubblicato, Leonardo Fibonacci, figlio di un mercante, come già sopra ricordato, era ben consapevole dei benefici che il nuovo sistema di numerazione avrebbe apportato alla rinascente economia europea del Basso Medioevo, permettendo ai commercianti di velocizzare i propri affari, dato che per svolgere un calcolo erano sufficienti carta e penna. E oggi anche noi sfruttiamo questo vantaggio sulle nostre scrivanie.

3. Valore e attualità di una esemplare ricerca

Per i lettori di *Saeculum Christianum* questa presentazione può essere solo occasione per rispondere ad una curiosa domanda: quando e da chi hanno avuto origine e sviluppo i numeri che usiamo da secoli? Se per l'etimologia dobbiamo ricorrere al sanscrito *nam-ati* (= devolvere…) e al greco *nèmō* (= distribuisco, regolo…), per l'uso il testo del Fibonacci è la risposta: complessa, ma unica, la cui elaborazione originaria risale al 1202, ulteriormente revisionata nel 1228 (*correctus ab eodem* si legge nell'*incipit*). E c'è da essere orgogliosi che anche questa realtà – che ha pervaso il mondo intero – provenga dalla terra toscana, sia pur in dialogo con quel fronte culturale che è giunto fino a noi dalla sapienza e intraprendenza della cultura araba. Lo sviluppo dei commerci ha avuto il proprio ruolo; ma non dimentichiamo la presenza di tale cultura anche in territorio spagnolo durante ben otto secoli.

Altro elemento significativo per contestualizzare il valore e l'importanza dell'opera è la dedica a Michele Scoto (1175-1232), filosofo, astrologo e alchimista scozzese, attivo presso la corte di Federico II di Svevia (1194-1250). L'incontro con l'imperatore che nel luglio del 1226 soggiorna a Pisa, e con i notabili della sua corte, spingerà Fibonacci a dedicare le sue opere a colui che fu definito „stupor mundi".

Un'ultima sottolineatura che può aiutare a comprendere il valore dell'opera, prima edizione critica, anche se nel secolo XIX apparvero alcune edizioni integrali come quella di Baldassarre Boncompagni che tra il 1854 e il 1862 a Roma pubblicò l'intero *corpus* del Fibonacci. Il tempo del Medio Evo è caratterizzato – tra gli innumerevoli valori – anche dal bisogno di elaborare sintesi nei diversi ambiti culturali. Se la teologia, per esempio, fa esperienza delle *Summae*, e il diritto annovera il *Decretum* o *Concordantia discordantium* *canonum* di Graziano da Chiusi (sec. XII), la matematica è orgogliosa di contemplare nella propria storia il *Liber Abbaci* del Fibonacci.

Né si potrà dimenticare, in questo orizzonte, la *Divina Commedia* di Dante Alighieri – proprio nel VII centenario della morte del Sommo Poeta – che racchiude la sintesi più alta e completa di quanto lo scibile umano sia stato capace di elaborare in un linguaggio poetico che permane come un costante ideale al di là dello scorrere dei secoli. È la luce del Medio Evo che continua a inondare la cultura e la vita di chiunque si lasci affascinare e che la sappia valorizzare; e la matematica dell'età di mezzo offre un contributo davvero unico!

rec. Leonardo Bove, Manlio Sodi