STRATEGIE I METODY BADAŃ

AGNIESZKA SZYMAŃSKA[1]
Instytut Psychologii
Wydział Filozofii Chrześcijańskiej
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie

Studia Psychologica
UKSW
17(1) 2017 s. 65–84
DOI:10.21697/sp.2017.17.1.04

PROBLEMATYKA HIERARCHICZNOŚCI – WYPROWADZANIE METACECH W MODELACH SEM

Streszczenie

Celem artykułu jest omówienie rekonstrukcji elementów struktur teoretycznych weryfikowanych za pomocą układów równań strukturalnych. Elementy struktur mają charakterystykę jednopoziomową (jednowymiarową) lub hierarchiczną (wielowymiarową), a jej odtworzenie w modelach jest rzeczą niezmiernie istotną. Nieodtworzenie charakterystyki elementów, jak zostanie pokazane, może zwiększyć ryzyko popełnienia błędu pierwszego rodzaju i odrzucenia modelu poprawnego.

Istnieją takie elementy, które są na tyle złożone, że weryfikowanie modelu z ich udziałem wymagałoby ogromnego nakładu próby i finansów. Jeżeli badanie polega jedynie na odtworzeniu charakterystyki danego elementu, to wówczas oczywiście jego budowa jest kluczowa. Kiedy jednak badanie sprowadza się do zweryfikowania modelu pewnego procesu substantywnego, w którym elementów jest dużo i połączone są jeszcze w sieci wzajemnych zależności, złożoność modelu rośnie do rozmiarów, które w celu oszacowania dopasowania modelu mogą wymagać tysięcznych obserwacji. W takiej sytuacji pomocne staje się zredukowanie charakterystyki elementów do metacechy.

W artykule został omówiony sposób weryfikacji poprawności budowy jednopoziomowej zmiennej latentnej, hierarchicznej zmiennej latentnej[2], a także szacowanie procentu wyjaśnionej zmienności oraz rzetelności zmiennych. Przedstawiono również sposób redukowania zmiennej hierarchicznej do metacechy w celu uproszczenia modelu i zredukowania liczby stopni swobody. Zaprezentowano, jak procedura budowania metacechy przekłada się zarówno na rzetelność samej zmiennej, jak i na dopasowanie modelu do danych. Budowa zmiennych została omówiona na przykładzie *Skali reakcji na stres* oraz *Skali hamowania aktywności dziecka*.

Słowa kluczowe: struktura jedno- i wielopoziomowa, element struktury, zakres struktury, charakterystyka struktury, zmienna latentna, hierarchiczna zmienna latentna, metacecha, model pomiarowy

---

[1] Adres do korespondencji: elysium5678@gmail.com.

[2] Nazwy *hierarchiczna zmienna latentna* i *zmienna hierarchiczna* są w artykule używane do określenia zmiennej, która ma wewnętrzną strukturę hierarchiczną.

The issue of hierarchical models – The construction of meta-features in structural equation models

Abstract

The aim of this article is to discuss the reconstruction of the theoretical elements of the structures verified by structural equation models (SEM). The elements of the structures have single-level (one-dimensional) or hierarchical (multi-dimensional) characteristic. The reconstruction of the characteristics of the theoretical elements is very important issue. Poor reconstruction of the theoretical elements, as will be shown, may increase the likelihood of the error of the first kind and lead to the rejection of the correct model.

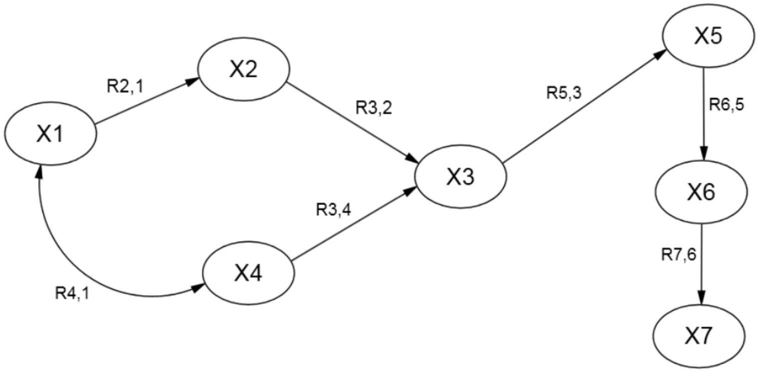
There are such elements which are so complex that verification of the models with their participation would require a huge effort involving trial and finance. If the research concentrates merely on the reconstruction of the characteristics of a particular element, then its construction is crucial. But when the research concentrates on the verification of the model of the process, in which the elements are plentiful and they are connected in a network of mutual dependencies, complexity of the model grows to such an extent that may require thousandths of observations and this can lead to a problem in its estimation. In this case, it becomes necessary to reduce the characteristics of the element to a meta-feature.

The article explains how to verify the correctness of the construction of a one-level latent variable, hierarchical latent variable and estimate the variance extracted and reliability of variables. There is also shown how to reduce the hierarchical variable to meta-feature in order to simplify the model and reduce the number of degrees of freedom. There is presented how the construction of meta-features translates into both the reliability of the variable and the fit of the model. The construction of the variables is discussed on the example of the scale of Reaction to stress and the scale of Constraining child's activity.

Keywords: structure, structure elements, the scope of the structure, characteristics of the structure, one-level latent variable, hierarchical latent variable, meta-feature, measurement model

Układy równań strukturalnych są wielozmiennową metodą statystyczną służącą do weryfikacji teorii i jej założeń (Aranowska, 1996, 2005; Gajda, 1992; Hair, Black, Babin, Anderson, Tatham, 2006). Weryfikowanie teorii poprzedza rekonstrukcja zakresu struktury teorii oraz jej charakterystyki (Jonkisz, 1998). Zakres struktury teorii stanowi ciąg elementów Xj, czyli elementów teorii, które reprezentują właściwości teorii. W naukach psychologicznych są to np. właściwości psychiczne. Charakterystyka struktury teorii to relacje (Rj) między jej elementami, czyli relacje między np. właściwościami psychicznymi.

Rysunek 1 prezentuje przykładowe relacje Rj między elementami Xj. Siedem elementów (Xj) stanowi zakres struktury przedstawionej na rysunku 1, a siedem relacji (Rj) między jej elementami tworzy charakterystykę struktury.



Rysunek 1. Zakres i charakterystyka struktury jednopoziomowej. Relacje między elementami oznaczono symbolem R_j, elementy natomiast – symbolem X_j.

Wszystkie przedstawione na rysunku 1 relacje i elementy reprezentują jednopoziomową strukturę teorii, która jest weryfikowana za pomocą jednopoziomowych układów równań strukturalnych (SEM; Szymańska, 2016). Istnieją jednak takie struktury, które nie mają charakteru jednopoziomowego, a wielopoziomowy[3]. W przypadku takich struktur ich elementy występują na co najmniej dwóch poziomach: poziomie pierwszym i poziomie wyższym (drugim, trzecim itd.). Oczywiście poziomów może być wiele, w zależności od złożoności teorii.

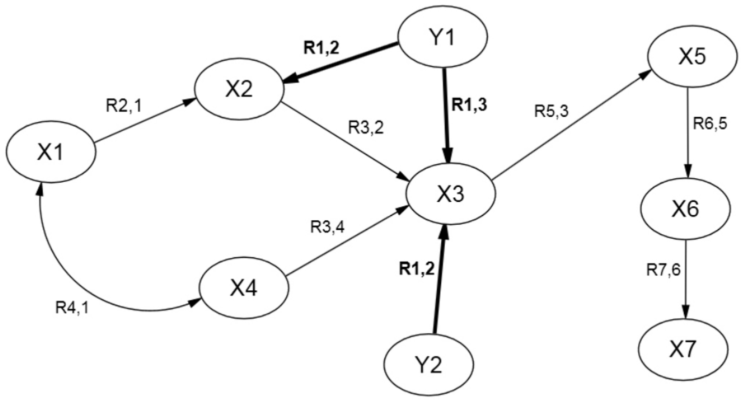
Relacje zachodzą między elementami znajdującymi się na tym samym poziomie, ale również między elementami znajdującymi się na różnych poziomach. I tak elementy z poziomu trzeciego mogą wpływać na relacje między elementami z poziomu drugiego, a te z kolei mogą wpływać na relacje z poziomu pierwszego, ale też odwrotnie: relacje z poziomu pierwszego mogą moderować relacje na poziomie drugim itd. (Twisk, 2010).

Przykładem takiej wielopoziomowej struktury mogą być relacje występujące w systemie rodzinnym. Jak wiadomo, rodzinę tworzą podsystemy, z których najbardziej charakterystycznymi są podsystem rodziców i podsystem dzieci (de Barbaro, 1999). Rodzice mogą wpływać na wzajemne relacje między rodzeństwem (np. podsycając zazdrość i rywalizację lub, przeciwnie, łagodząc konflikty), ale moderacja może się dokonywać również w drugą stronę: dzieci mogą wpływać na wzajemne relacje między rodzicami. Weryfikowanie tak hierarchicznie opisanej struktury teorii wymaga zastosowania wielopoziomowych modeli równań strukturalnych (MSEM; Garson, 2002; Heck, Thomas, Tabata,

[3] Niektórzy autorzy taką strukturę nazywają wielopoziomową (*two-level*, *three-level*) lub hierarchiczną (*hierarchical*; Heck, Thomas, 2009). W artykule taką strukturę będziemy nazywać wielopoziomową, dla odróżnienia od zmiennej o złożonej strukturze wewnętrznej, którą będziemy określać jako zmienną hierarchiczną.

2010; Heck, Thomas, 2009; Rabe-Hesketh, Skrondal, Zheng, 2007; Raudenbush, Bryk, Cheong, Congdon, Toit, 2011; Tranmer, Elliot, 2007).

Na rysunku 2 przedstawiono przykładową strukturę wielopoziomową, której elementy z poziomu drugiego (wyższego) oznaczono symbolem Yj i połączono strzałkami z elementami z poziomu pierwszego, oznaczonego symbolem Xj.



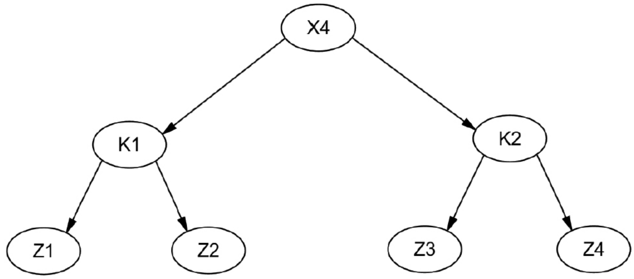
Rysunek 2. Zakres i charakterystyka struktury hierarchicznej. Relacje między elementami oznaczono symbolem R_j, elementy z poziomu pierwszego oznaczono symbolem X_j, a elementy z poziomu hierarchicznego – symbolem Y_j.

W strukturze takiej, jak przedstawiona na rysunku 2, element Y1 moderuje związek R3,2 zmiennych z poziomu podstawowego (niższego). Z kolei element Y2 wpływa na zmienność elementu X3, a zatem w wyniku realizowania się zmiennej z wyższego poziomu (Y2) modyfikacji ulega zmienna z poziomu pierwszego (X3).

Charakter hierarchiczny w modelach mogą mieć nie tylko zakresy struktur, lecz także same elementy tychże struktur. Oznacza to, że relacje między poziomami w jednym elemencie mają charakter dominacji. Część elementu z poziomu wyższego jest dominująca względem części elementu z poziomu niższego. Mówimy wówczas o relacjach podrzędności i nadrzędności (Figurska, 1993).

Element struktury ma charakter hierarchiczny wówczas, kiedy składa się z kilku podelementów. Rysunek 3 przedstawia element hierarchiczny składający się z trzech poziomów. Poziom pierwszy stanowią podelementy oznaczone symbolem Zj, poziom drugi – podelementy oznaczone symbolem Kj, a poziom trzeci stanowi element Xj.

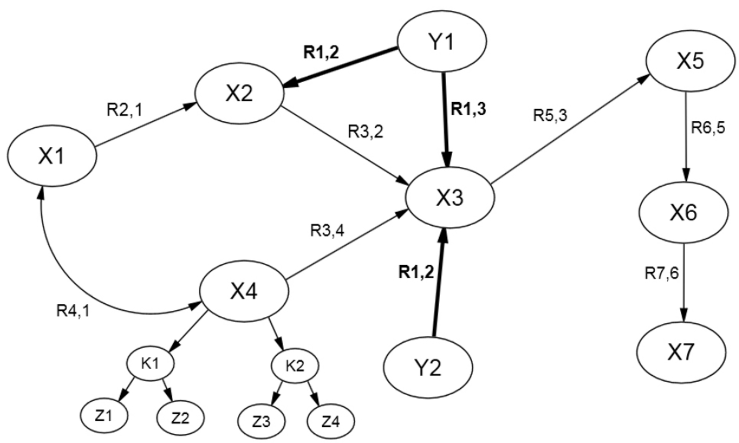
W modelach SEM elementy reprezentują właściwości, które mogą mieć charakter wielowymiarowy albo jednowymiarowy, jednak zawsze są zmiennymi latentnymi (ukrytymi). Zmienne latentne (zwane również *illatami*) to cechy, których bezpośrednio nie daje się obserwować, o ich występowaniu wnioskujemy jedynie na podstawie przesłanek. Możemy zatem o ich występowaniu inferować.



Rysunek 3. Hierarchiczny element struktury X4 składający się z trzech poziomów. Zmienne z poziomu drugiego oznaczono symbolem K_j, zmienne z poziomu pierwszego natomiast oznaczono symbolem Z_j.

O występowaniu cech latentnych inferujemy na podstawie wskaźników, tzn. takich właściwości, które możemy zaobserwować, a następnie, dzięki przeprowadzeniu operacjonalizacji, zmierzyć.

Jak podaje Aranowska (2005), wskaźniki należy dobrać tak, aby móc odtworzyć mierzoną cechę. W układach równań strukturalnych jest to związane z doborem zmiennych obserwowalnych do zmiennych latentnych. Jak również zauważa Aranowska, liczba tych zmiennych obserwowalnych musi być na tyle duża, aby badacz mógł za ich pomocą odtworzyć zakres mierzonego pojęcia. Z drugiej jednak strony nie może ona być zbyt duża, rośnie bowiem wówczas złożoność modelu i do jego weryfikacji są wymagane ogromne próby. Złożoność modelu kształtuje warunki proceduralne badań (Hair i in., 2006; Konarski, 2009).



Rysunek 4. Zakres i charakterystyka struktury wielopoziomowej z przedstawioną hierarchicznością elementu X4. Relacje między elementami oznaczono symbolem R_j, elementy z poziomu pierwszego oznaczono symbolem X_j, a elementy z poziomu hierarchicznego symbolem Y_j. Wewnątrz elementu X4 zmienne z poziomu drugiego oznaczono symbolem K_j, a zmienne z poziomu pierwszego oznaczono symbolem Z_j.

Rysunek 4 prezentuje graf modelu z zakresem i charakterystyką struktury wielopoziomowej oraz przedstawioną hierarchicznością elementu X4[4].

Nieodtworzenie struktury (złożoności) elementu może się przyczynić do odrzucenia modelu poprawnego, a tym samym zwiększa prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju, co zostanie pokazane w tym artykule. Stąd w naukach psychologicznych problematyka hierarchiczności stanowi zagadnienie ważkie, któremu w ciągu ostatnich lat w metodologicznej literaturze światowej poświęcono sporo miejsca (Bartholomew, Steele, Moustaki, Galbraith, 2008; Heck i in., 2010; Heck, Thomas, 2009). Wiele psychologicznych charakterystyk stanowi bowiem elementy hierarchiczne, a przynajmniej teorie wskazują na to, że powinny stanowić, np. osobowość czy inteligencja.

Uwzględnienie złożoności elementów struktury prowadzi jednak kolejno do poszerzenia złożoności całej struktury, a co za tym idzie, zmienia warunki proceduralne badań, domagając się do jej weryfikacji większej próby, co często jest niemożliwe do osiągnięcia. Nieuwzględnienie złożoności elementów struktury skazuje zatem badanie na wzrost prawdopodobieństwa błędu pierwszego rodzaju, z kolei uwzględnienie jej sprawia, że warunki formalne badań stają się często niemożliwe do spełnienia. Rozwiązaniem w takiej sytuacji jest konstruowanie modeli, których struktura elementów jest zachowana, ale zredukowana do metacechy. Takie modele odtwarzają strukturę elementów, a jednocześnie są o wiele mniej złożone, więc formalnie nie wymagają tak wielkich prób.

Prezentowane w tekście przykłady pochodzą ze zbioru składającego się z 408 obserwacji. Wykorzystane zostają dwie przykładowe skale. Pierwszą jest *Skala reakcji na stres*, która składa się z czterech wymiarów: a) poznawczego dystansowania, b) poszukiwania pomocy, c) stosowania presji, d) wycofywania się. Drugą skalą jest *Skala hamowania aktywności dziecka*, składająca się z pięciu wymiarów: a) hamowania aktywności społeczno-relacyjnej, b) hamowania aktywności przestrzenno-wizualnej, c) hamowania aktywności kinestetycznej, d) hamowania aktywności lingwistycznej, e) hamowania aktywności analitycznej.

Założenia modeli pomiarowych

Weryfikując teorię opisaną w sposób strukturalny, a więc przedstawioną w postaci modelu – czy to modelu wielopoziomowego, czy jednopoziomowego – proces weryfikacji rozpoczynamy zawsze od rekonstrukcji poszczególnych elementów weryfikowanej struktury. Te poszczególne elementy to w naukach psychologicznych najczęściej cechy psychiczne, które nazywamy właściwościami lub charakterystykami.

[4] Żeby nie czynić grafu zupełnie nieczytelnym, elementom Z_j nie przypisano zmiennych obserwowalnych, można je zobaczyć jedynie na rysunku 3.

Jak już wiadomo, elementy struktury mogą mieć charakter jednopoziomowy bądź hierarchiczny. Od ich poprawnej budowy często zależy sukces całego procesu weryfikacji. Dlatego kluczowa jest wiedza o budowie modelu zwanego modelem pomiarowym, który stanowi pierwszy etap weryfikacji modelu strukturalnego za pomocą układów równań strukturalnych.

Celem modelu pomiarowego jest sprawdzenie, czy elementy struktury zostały poprawnie skonstruowane. Na poziomie modelu pomiarowego poszczególne elementy struktury są nazywane zmiennymi latentnymi. Reprezentują one właściwości ukryte, które nie podlegają bezpośredniej obserwacji, a których wariancja powstaje z wariancji przyporządkowanych im zmiennych obserwowalnych. Zmienne obserwowalne reprezentują takie właściwości, które podlegają obserwacji, np. zachowanie (na podstawie czyjegoś zachowania czy wypowiedzi wnioskujemy, czy mamy do czynienia z osobą inteligentną). Jedynymi wartościami, które badacz uzyskuje w badaniach, są wartości zmiennych obserwowalnych[5]. Ze złożenia wariancji zmiennych obserwowalnych (uśrednienia) powstaje wariancja zmiennej latentnej.

Na strukturę wyniku zmiennej obserwowalnej składa się (zgodnie z liniowym przedstawieniem we wzorze 1) kilka miar:

(1)

$$X_1 = \lambda_{x_{1,i}} \xi_1 + \sigma_1$$

gdzie:
λ (lambda) jest ładunkiem czynnikowym,
σ (sigma) jest wariancją błędu,
X symbolizuje zmienne obserwowalne,
ξ (ksi) symbolizuje zmienne latentne (por. też rysunek 5).

Zmienność zmiennych obserwowalnych jest objaśniana przez zmienność zmiennych latentnych. Zmienność wyjaśniona jest obliczana z sumy kwadratu ładunków czynnikowych zmiennych obserwowalnych, dzielonych przez liczbę zmiennych obserwowalnych przynależących do danej zmiennej latentnej. Jest to tzw. zmienność wyjaśniona (*variance extracted*, VE) dla danej zmiennej latentnej i sprawdza się ją według wzoru 2 (Hair i in., 2006):

(2)

$$VE = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\lambda_i - 0)^2}{n}$$

gdzie:
i jest numerem zmiennej obserwowalnej będącej wskaźnikiem zmiennej latentnej,
λ jest ładunkiem czynnikowym,
n jest liczbą zmiennych obserwowalnych w danej zmiennej latentnej.

---

5 Tylko one ulegają pomiarowi, w przeciwieństwie do nieobserwowalnej zmiennej ukrytej, o której jedynie inferujemy.

Zmienne latentne powinny wyjaśniać znaczącą część zróżnicowania wyników zmiennych obserwowalnych, czyli nie mniej niż 50%. Wartości lambd λ_i muszą być zatem duże. Dlatego lambda λ_i nie powinna przyjmować wartości mniejszej niż 0,7, ponieważ podniesiona do kwadratu da wartość mniejszą niż 0,5 (0,72 = 0,49), co oznaczałoby, że zmienna latentna objaśnia mniej niż 50% zmienności zmiennej obserwowalnej. Jeżeli wartość lambdy jest niższa niż 0,7, wówczas wartość zmiennej obserwowalnej dla danej zmiennej latentnej zaczyna być wątpliwa (Hair i in., 2006).

Podane powyżej założenie jest obowiązujące dla wszystkich modeli pomiarowych, zarówno jedno-, jak i wielopoziomowych, a także dla modeli, w których rekonstruowana jest metacecha. Wartość ładunków czynnikowych powinna być wysoka, powyżej 0,7. Jeżeli to założenie jest spełnione, to procent wyjaśnionej zmienności, jak i rzetelność dla zmiennych latentnych jest dobra.

Rzetelność zmiennej latentnej oblicza się według wzoru 3 (Hair i in., 2006):
(3)

$$CR = \frac{(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right)^2 + \left(\sum_{c=1}^{n} \delta_i\right)}$$

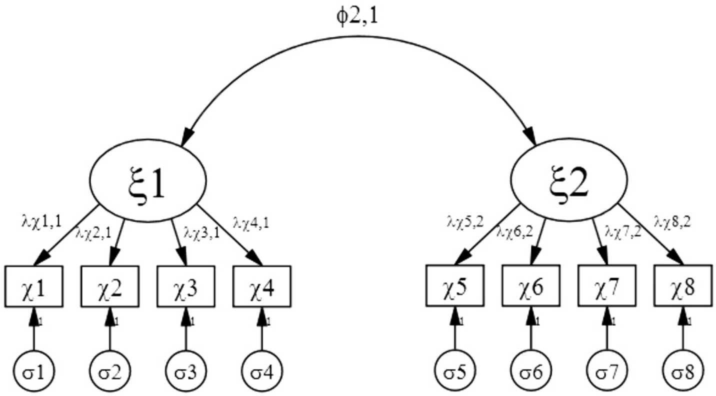
gdzie:
CR jest skrótem terminu *construct reliability* (rzetelność konstruktu),
i jest numerem zmiennej obserwowalnej będącej wskaźnikiem zmiennej latentnej,
λ jest ładunkiem czynnikowym,
δ (delta) jest wariancją błędu pomiaru.

Podobnie jak w przypadku rzetelności obliczanych dla skal psychometrycznych, wartości $0,6 < CR < 0,7$ przyjmuje się za wartości akceptowalne, a wartości $CR > 0,7$ ocenia się jako dobre.

Model pomiarowy, podobnie jak model strukturalny, może być przedstawiony za pomocą grafów. Cechą charakterystyczną grafu modelu pomiarowego są dwustronne relacje między zmiennymi latentnymi (oznaczone za pomocą strzałek z podwójnym grotem). W modelu pomiarowym istnieją wszystkie możliwe powiązania między zmiennymi latentnymi. W grafach opisujących równania strukturalne między zmiennymi latentnymi, oprócz strzałek dwukierunkowych (symbolizujących siłę współwystępowania), istnieją również strzałki kierunkowe (symbolizujące zależności o charakterze kierunkowym), z grotem jednostronnym. Uwolniona zostaje również część możliwych powiązań między zmiennymi, które nie zostały przewidziane na poziomie teoretycznym. W konsekwencji rośnie liczba stopni swobody.

Aby model strukturalny był dobrze dopasowany do danych modeli pomiarowych, powinien być skonstruowany poprawnie, w przeciwnym razie kolejne uwolnienie stopni swobody, związane z nieobliczaniem kolejnych związków między zmiennymi latentnymi, jedynie pogorszy dopasowanie modelu.

Na rysunku 5 zaprezentowano model pomiarowy z dwiema zmiennymi latentnymi, z których każda ma cztery zmienne obserwowalne.



Rysunek 5. Graf prezentujący model pomiarowy (*measurement model*), gdzie λ jest ładunkiem czynnikowym, δ jest wariancją błędu, χ symbolizuje zmienne obserwowalne, ξ symbolizuje zmienne latentne, φ symbolizuje korelacje między zmiennymi latentnymi.

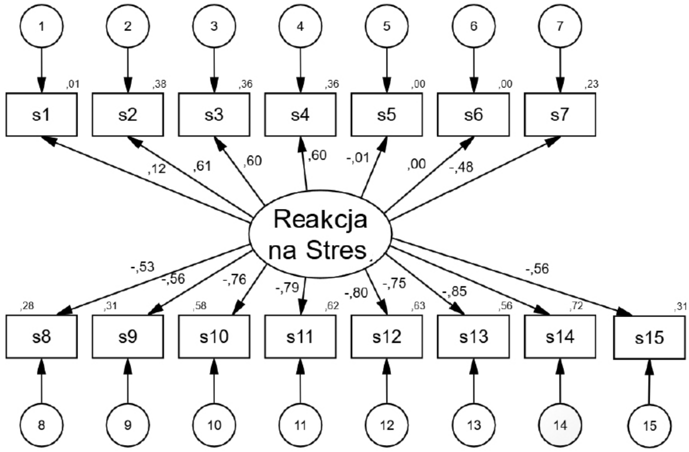
Model pomiarowy zaprezentowany na rysunku 5 ma następującą postać równań.

(4)

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{x1,1} & 0 \\ \lambda_{x2,1} & 0 \\ \lambda_{x3,1} & 0 \\ \lambda_{x4,1} & 0 \\ 0 & \lambda_{x5,2} \\ 0 & \lambda_{x6,2} \\ 0 & \lambda_{x7,2} \\ 0 & \lambda_{x8,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \\ \sigma_8 \end{pmatrix}$$

Jednopoziomowy model pomiarowy

Na rysunku 6 zaprezentowano model z jedną zmienną latentną, reakcja na stres, która powstaje ze złożenia wariancji 15 zmiennych obserwowalnych (s1–s15; ich uśrednienia).



Rysunek 6. Zmienna latentna reakcji na stres.

Tabela 1

Wartości statystyk dopasowania modeli pomiarowych zaprezentowanych na rysunkach 6 i 8

Otrzymane wartości modelu dla zmiennej jednopoziomowej (rysunek 6)	Oczekiwane wartości, aby nie odrzucić H0	Otrzymane wartości modelu dla zmiennej hierarchicznej (rysunek 8)
$\chi^2 = 1641{,}024$; $p < 0{,}0005$	$p > 0{,}05$	$\chi^2 = 216{,}627$; $p < 0{,}0005$
$df = 90$	–	$df = 86$
$\chi^2/df = 18{,}234$	< 2,5	$\chi^2/df = 2{,}591$
CFI = 0,512	> 0,900	CFI = 0,959
RMSEA = 0,206	< 0,08	RMSEA = 0,061

Ładunki zmiennych obserwowalnych (lambdy) zaprezentowane są obok strzałek jednokierunkowych, biegnących od zmiennej latentnej do zmiennych obserwowalnych. Przyjrzyjmy się wartościom tychże lambd. Są one zarówno wysokie ujemne (s10, s11, s12, s13, s14), jak i umiarkowane dodatnie (s2, s3, s4). Są również pozycje, które mają ładunki bardzo niskie (s1, s5, s6). Jeżeli skala do pomiaru cechy została skonstruowana poprawnie, to po takich wartościach lambd zmiennych obserwowalnych można od razu poznać, że skala jest wielowymiarowa. Procent wyjaśnionej zmienności dla zmiennej latentnej wynosi 35,9% (VE = 0,359), a rzetelność CR = 0,168. Wiadomo, że są to wartości zbyt niskie, aby uznać, że zmienna latentna jest zoperacjonalizowana poprawnie.

W tabeli 1 przedstawiono statystyki dopasowania modelu jednopoziomowego do danych empirycznych oraz wartości oczekiwane[6].

Statystyczne miary dopasowania modelu jednopoziomowego wskazują, że jest on źle dopasowany do danych empirycznych. Statystyka RMSEA przekroczyła wartość 0,08. Wyniki testu χ^2/df są bardzo wysokie, o wiele przekraczają wartość krytyczną 2,5. Z kolei test CFI jest o wiele mniejszy od wartości bliskich jedności. Zatem na podstawie wartości wskaźników dopasowania, jak też wartości lambd zmiennych obserwowalnych trzeba uznać, że zmienna latentna została źle zoperacjonalizowana.

Należałoby zatem zbudować strukturę wielowymiarową, ponieważ w tym przypadku pytania na *Skali reakcji na stres* dotyczyły czterech rodzajów reakcji, były to: a) poznawcze dystansowanie, b) poszukiwanie pomocy, c) stosowanie presji, d) wycofywanie się. Ta operacja wymaga konstrukcji zmiennej hierarchicznej.

Hierarchiczny model pomiarowy

Budowanie zmiennej hierarchicznej polega na uwzględnieniu w niej zmiennych latentnych niższego poziomu. Przykładowy graf hierarchicznego modelu pomiarowego został przedstawiony na rysunku 7. Można zauważyć, że zmienna ξ_2 (ksi) jest zmienną z dwoma czynnikami. Zmienna ξ_2 składa się z czynników ξ_3 i ξ_4, którym przypisane są odpowiednio błędy pomiaru ζ_1 i ζ_2. Zmienna ξ_1 jest zmienną jednowymiarową, która wyjaśnia zmienność swoich zmiennych obserwowalnych (X1, X2, X3, X4). Zmienna ξ_2 wyjaśnia zmienność zmiennych ξ_3 i ξ_4. Z kolei zmienne ξ_3 i ξ_4 wyjaśniają zmienność swoich zmiennych obserwowalnych ξ_3 (X5, X6, X7, X8) i ξ_4 (X9, X10, X11, X12).

W pomiarowym modelu hierarchicznym, podobnie jak w modelu jednopoziomowym, zmienne obserwowalne mają symbol X, epsilony zmiennych obserwowalnych symbol σ (sigma), λ (lambda) symbolizuje ładunek czynnikowy, zmienną latentną symbolizuje ξ (ksi), ζ (dzeta) symbolizuje błąd pomiaru zmiennych latentnych, a φ (fi) to symbol korelacji między zmiennymi latentnymi.

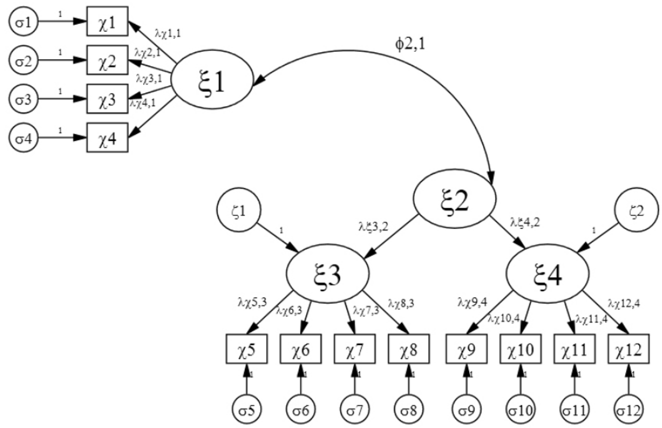
Na strukturę wyniku zmiennej latentnej z pierwszego poziomu składają się następujące miary:

(4)
$$\xi_3 = \lambda_{\xi 3,2}\xi_2 + \zeta_1$$

gdzie:
λ jest ładunkiem czynnikowym,
ζ jest wariancją błędu zmiennej latentnej,
ξ symbolizuje zmienne latentne (por. też rysunek 7).

---

[6] Stanowią one o tym, jaką wartość powinna przyjąć dana statystyka, aby móc uznać, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, mówiącej o tym, że model teoretyczny nie różni się od modelu empirycznego.



Rysunek 7. Graf prezentujący pomiarowy model hierarchiczny (*hierarchical measurement model*), gdzie λ jest ładunkiem czynnikowym, σ jest wariancją błędu zmiennych obserwowalnych, χ symbolizuje zmienne obserwowalne, ξ symbolizuje zmienne latentne, ζ (dzeta) symbolizuje błąd pomiaru zmiennych latentnych, φ symbolizuje korelacje między konstruktami.

Dla modelu pomiarowego przedstawionego na rysunku 7 macierz hierarchicznego modelu pomiarowego ma następującą postać równań:

(5)

$$\begin{pmatrix}\xi_3\\ \xi_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda_{\xi 3,2} & 0\\ 0 & \lambda_{\xi 4,2}\end{pmatrix}(\xi_2) + \begin{pmatrix}\zeta_1\\ \zeta_2\end{pmatrix}$$

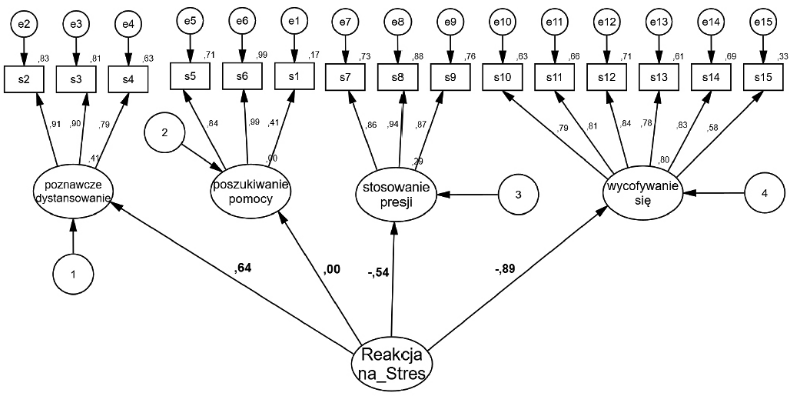
Układ równań dla modelu pomiarowego pierwszego poziomu:

(6)

$$\begin{pmatrix}X_1\\X_2\\X_3\\X_4\\X_5\\X_6\\X_7\\X_8\\X_9\\X_{10}\\X_{11}\\X_{12}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda_{x1,1} & 0 & 0\\ \lambda_{x2,1} & 0 & 0\\ \lambda_{x3,1} & 0 & 0\\ \lambda_{x4,1} & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{x5,3} & 0\\ 0 & \lambda_{x6,3} & 0\\ 0 & \lambda_{x7,3} & 0\\ 0 & \lambda_{x8,3} & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{x9,4}\\ 0 & 0 & \lambda_{x10,4}\\ 0 & 0 & \lambda_{x11,4}\\ 0 & 0 & \lambda_{x12,4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1\\ \xi_3\\ \xi_4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\\ \sigma_7\\ \sigma_8\\ \sigma_9\\ \sigma_{10}\\ \sigma_{11}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix}$$

Poniżej są prezentowane wyniki modelu, w którym zostały uwzględnione cztery wymiary zmiennej reakcji na stres, tworzące cztery zmienne latentne i budujące razem zmienną hierarchiczną (rysunek 8). Tym razem uzyskano o wiele lepsze wartości ładunków czynnikowych λ dla zmiennych obserwowalnych. Tylko dwa ładunki miały wartość niższą niż kryterium 0,7. Dla zmiennej poznawczego dystansowania procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 75,4% (VE = 0,754), a rzetelność CR = 0,973. Dla zmiennej poszukiwania pomocy procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 61,8% (VE = 0,618), a rzetelność CR = 0,832. Dla zmiennej stosowania presji procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 79,3% (VE = 0,793), a rzetelność CR = 0,983. Dla zmiennej wycofywania się procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 72,4% (VE = 0,724), a rzetelność CR = 0,909.

Zmienne latentne z pierwszego poziomu mają więc dobre parametry. Rozdzielenie zmiennych na poszczególne wymiary zdecydowanie poprawiło wartości ładunków czynnikowych. Jednak duże wątpliwości budzi to, czy cztery zmienne latentne z poziomu pierwszego tworzą spójną jedną zmienną latentną reakcji na stres. Już rzut oka na graf (rysunek 8) budzi duże wątpliwości, czy jest to cecha jednowymiarowa. Ładunki są dodatnie i ujemne, dodatkowo jedna zmienna w ogóle nie ładuje w strukturę hierarchiczną. Nie ma mowy o skonstruowaniu z takich wymiarów jednej rzetelnej zmiennej latentnej. Procent wyjaśnionej zmienności dla zmiennej hierarchicznej wyniósł raptem 17,4% (VE = 0,174), a rzetelność CR = 0,373.

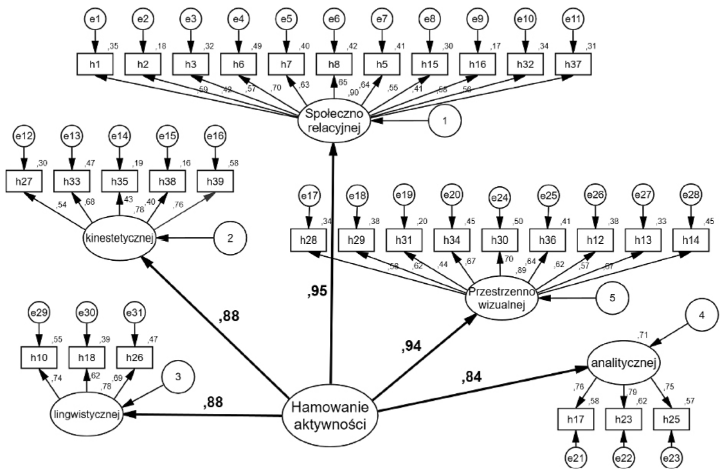


Rysunek 8. Graf prezentujący wyniki hierarchicznej struktury reakcji na stres.

Statystyki dopasowania dla modelu hierarchicznego ujawniają, że jest on dobrze dopasowany do danych empirycznych (por. tabela 1). Na podstawie wysokości lambd oraz rzetelności i procentu wyjaśnianej zmienności wydaje się jednak, że cztery reakcje na stres nie stanowią jednej spójnej zmiennej, tylko są reakcjami niezależnymi i można je badać jedynie osobno, i jako osobne elementy (zmienne) wprowadzać do modeli SEM. Wysokości lambd oraz współczynniki CR i VE stanowią kryterium decyzyjne, czy zmienne zostały poprawnie zoperacjonalizowane.

Poniżej prezentowany jest inny przykład dotyczący hierarchicznej zmiennej latentnej hamowania aktywności dziecka. Na poziomie teoretycznym wyłoniono pięć wymiarów-sfer, w których jest hamowana aktywność dzieci. Tych pięć wymiarów zostało uwzględnionych w zmiennej hierarchicznej, której graf przedstawiono na rysunku 9.

Dla zmiennej latentnej hamowania aktywności społeczno-relacyjnej procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 33,5% (VE = 0,335), a rzetelność CR = 0,638. Dla zmiennej latentnej hamowania aktywności w obszarze przestrzenno-wizualnym procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 38% (VE = 0,380), a rzetelność CR = 0,709. Dla zmiennej latentnej hamowania aktywności kinestetycznej procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 33,5% (VE = 0,335), a rzetelność CR = 0,613. Dla zmiennej latentnej hamowania aktywności lingwistycznej procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 46,9% (VE = 0,469), a rzetelność CR = 0,820. Dla zmiennej latentnej hamowania aktywności analitycznej procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 58,8% (VE = 0,588), a rzetelność CR = 0,914. Dla hierarchicznej zmiennej latentnej hamowania aktywności procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 80,8% (VE = 0,808), a rzetelność CR = 0,985. Zmienna hierarchiczna jest zoperacjonalizowana poprawnie.



Rysunek 9. Hierarchiczna zmienna latentna hamowania aktywności dziecka.

W tabeli 2 przedstawiono statystyki dopasowania modelu hierarchicznego dla hierarchicznej zmiennej latentnej hamowania aktywności dziecka. Dopasowanie modelu jest umiarkowane, na co wskazuje wartość statystyki RMSEA, lekko przekraczająca 0,08, oraz statystyki CFI, odbiegająca od kryterialnej wartości 0,900 pomimo wysokich wartości rzetelności i procentu wyjaśnionej zmienności.

Tabela 2
Wartości statystyk dopasowania modeli pomiarowych zaprezentowanych na rysunku 9

Otrzymane wartości modelu dla struktury hierarchicznej	Oczekiwane wartości, aby nie odrzucić H0
$\chi^2 = 1595{,}123$; $p < 0{,}0005$	$p > 0{,}05$
$df = 429$	–
$\chi^2/df = 3{,}718$	< 2,5
CFI = 0,743	> 0,900
RMSEA = 0,082	< 0,08

Wszystkie ładunki zmiennej hierarchicznej są wysokie i dodatnie, ani jeden nie jest niższy niż $\lambda = 0{,}840$. Zmienna ta ma wielowymiarową, spójną strukturę o hierarchicznym charakterze, którą można opisać za pomocą hierarchicznej zmiennej latentnej. Jednak taka zmienna hierarchiczna ma aż 429 stopni swobody (*df* = 429), a wartość testu χ^2 przekroczyła 1500. Jeżeli tak złożoną zmienną wprowadzimy do modelu, w którym znalazłoby się jeszcze kilka podobnie ustrukturalizowanych elementów, to liczba stopni swobody takiego modelu przekroczy kilka tysięcy, wartość testu χ^2 będzie rosła, a model będzie wymagał do weryfikacji ogromnej próby. Koszt wprowadzania takich złożonych zmiennych do modeli jest bardzo duży. Pomocne może być zatem zredukowanie takiego elementu do struktury prostszej, ale równocześnie odzwierciedlającej jego złożoność, a zatem zredukowanie zmiennej hierarchicznej do metacechy.

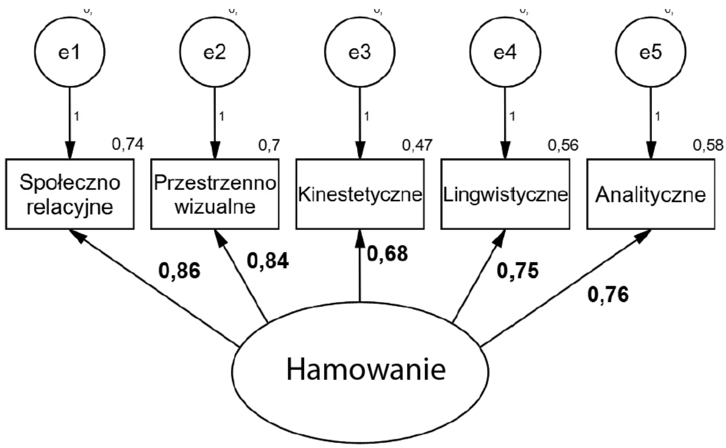
Redukowanie hierarchicznych zmiennych latentnych do metacech

Aby zredukować zmienną hierarchiczną do metacechy, sumuje się wartości zmiennych obserwowalnych tworzących wariancje zmiennych latentnych. Ograniczenie złożoności zmiennej jest dokonywane przez sumowanie zmiennych obserwowalnych do jednej wartości – jednej zmiennej. W ten sposób wcześniejsza zmienna latentna staje się sama zmienną obserwowalną, powstałą z sumy swoich pozycji (por. rysunek 10).

Oczywiście takie rozwiązanie ma swoje wady. Należy do nich uproszczenie zmiennej, a tym samym pewne niedoszacowanie wartości ładunków czynnikowych λ. Porównanie zmiennej wyrażonej w postaci hierarchicznej (rysunek 9) z tą samą zmienną wyrażoną za pomocą metacechy (rysunek 10) ujawnia, że ładunki czynnikowe (lambdy) w metacesze są niższe. Tabela 3 przedstawia porównanie tych ładunków.

Tabela 3
Ładunki czynnikowe dla zmiennej hierarchicznej i metacechy

Nazwa zmiennej, której dotyczy ładunek	Wartości ładunków czynnikowych dla zmiennej hierarchicznej	Wartości ładunków czynnikowych dla metacechy
Społeczno-relacyjna	0,95	0,86
Przestrzenno-wizualna	0,94	0,84
Kinestetyczna	0,88	0,68
Lingwistyczna	0,88	0,75
Analityczna	0,84	0,76



Rysunek 10. Metacecha dla zmiennej hamowania aktywności dziecka.

Dla metacechy hamowania aktywności dziecka procent wyjaśnionej zmienności wyniósł 60,9% (VE = 0,609), a rzetelność CR = 0,919. Wartości lambd dla metacechy spadły w przybliżeniu o jedną dziesiątą. Procent wyjaśnionej zmienności zmniejszył się o 20%, ale rzetelność zmiennej nie spadła poniżej 0,900. Parametry metacechy są więc bardzo dobre.

Co więcej, model z metacechą ma lepsze dopasowanie niż model hierarchiczny, co prezentuje tabela 4. Ma on również jedynie pięć stopni swobody (*df* = 5). Jest więc o wiele mniej złożony, wartość testu χ^2 również jest o wiele niższa, wyniosła raptem 12,930.

Tabela 4
Wartości statystyk dopasowania modelu z metacechą zaprezentowanego na rysunku 9

Otrzymane wartości modelu dla zmiennej hierarchicznej	Oczekiwane wartości, aby nie odrzucić H0
$\chi^2 = 12{,}930$; $p < 0{,}0005$	$p > 0{,}05$
$df = 5$	–
$\chi^2/df = 2{,}586$	< 2,5
CFI = 0,991	> 0,900
RMSEA = 0,062	< 0,08

Zmienna zredukowana do metacechy może oczywiście zostać wprowadzona do modelu weryfikowanego za pomocą układu równań strukturalnych. Odtwarza ona bardzo dobrze cechę, a jednocześnie redukuje prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju, związanego z odrzuceniem dobrego modelu z powodu jego złożoności. Jak pisała Aranowska (1996), modele proste i jednocześnie weryfikowane na małej próbie mają większe szanse na dopasowanie. W tym przypadku próba badana wynosiła 408 osób i były na niej wyliczane model hierarchiczny (rysunek 9), jak i model z metacechą (rysunek 10). Nie od wielkości próby (która do małych nie należy) zależało lepsze dopasowanie, ale od liczby stopni swobody.

Model z metacechą jest prostszy, ma zatem mniej stopni swobody. Stopnie swobody zależą w modelach od liczby uwolnionych parametrów oraz liczby obliczanych parametrów. Oblicza się je według wzoru 5:

(5)

$$df = [p(p - 1) /2] - t$$

gdzie:
p – liczba zmiennych obserwowalnych,
t – liczba obliczanych parametrów.

Zgodnie z wzorem liczba stopni swobody dla metacechy wynosi $df = [5 (5 - 1) / 2] - 5 = [20 / 2] - 5 = 5$ (por. tabela 4). Zgodnie z wzorem liczba stopni swobody dla zmiennej hierarchicznej wynosi $df = [31 (31 - 1) / 2] - 36 = [930/2] - 36 = 429$ (por. tabela 2).

Podsumowanie

Model z metacechą jest o wiele mniej złożony niż model ze zmienną hierarchiczną, a jednak równie dobrze, jak model hierarchiczny, oddaje charakterystykę elementu struktury (tzn. relacje wewnątrz poszczególnych części elementu[7]). Wiedza o tym, jak rekonstruuje się charakterystykę elementów struktury, tzn. jak buduje się zmienną latentną i jaka jest jej złożoność, pociąga za sobą poważne implikacje praktyczne. Jak wiadomo, proste modele weryfikowane na małych próbach mają szansę wykazać się dopasowaniem do danych empirycznych, nawet gdyby w rzeczywistości nie odzwierciedlały dobrze zjawiska (Aranowska, 2005). Związane są zatem z prawdopodobieństwem błędu drugiego rodzaju, przyjęcia modelu niewłaściwego.

Zasada ta działa jednak również w drugą stronę: mianowicie modele bardzo złożone zwiększają prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju, czyli odrzucenia poprawnego modelu. Dzieje się tak dlatego, że modele złożone wymagają do weryfikacji ogromnych prób. Z kolei im bardziej rośnie badana próba, tym bardziej zwiększa się prawdopodobieństwo, że model może się okazać niedopasowany do danych, nawet gdyby dobrze opisywał zjawisko (Konarski, 2009).

Metodolodzy ostrzegają więc przed budowaniem modeli zbyt złożonych, ale również zbyt prostych. Należy w tej sprawie przestrzegać pewnej zasady umiarkowanej złożoności modeli. Podczas dokładnego odwzorowywania struktury zmiennych hierarchicznych model staje się bardzo złożony, rośnie liczba stopni swobody, do jego weryfikacji empirycznej jest wymagana coraz większa próba, w końcu przedstawienie tak złożonego modelu na grafie staje się niemożliwe[8].

Kiedy rozeznaje się budowę jednej zmiennej – tak jak uczyniono to w prezentowanych tu przykładach – dokładne rozpoznawanie struktury zmiennej (przez budowę modelu hierarchicznego) wydaje się jak najbardziej uzasadnione. Istnieją jednak inne formy badań, w których chodzi nie tylko o poznanie jednego elementu charakterystyki, lecz także o poznanie i zweryfikowanie modelu zjawiska (procesu), w którym badacz musi wziąć pod uwagę wiele zmiennych (mniej lub bardziej złożonych). Wówczas imperatyw dokładnego odtworzenia charakterystyki poszczególnych elementów weryfikowanej struktury może mieć gorsze konsekwencje dla badań niż sprowadzenie elementów struktury do metacech. W literaturze istnieją przykłady takiego wykorzystania i redukowania zmiennych (Milfont, Duckitt, 2004; Windle, 1989).

Włączanie do złożonych modeli SEM dodatkowo zmiennych hierarchicznych grozi tym, że procedura obliczeniowa będzie wymagała potężnych prób, a co więcej, pojawi się ryzyko niedopasowania modelu i wzrośnie prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju, odrzucenia modelu poprawnego. Warto jest zatem przemyśleć kwestie redukowania zmiennych hierarchicznych do metacechy, która i tak odzwierciedla przecież wielowymiarowość konstruktu.

Wydaje się, że w celu zredukowania zmiennej hierarchicznej do metacechy najsensowniejsze jest postępowanie w trzech krokach: 1) zrekonstruowanie

---

[7] Relacje podrzędności i nadrzędności.

[8] Oznacza to, że pewne programy już go nie obliczą.

zmiennej hierarchicznej na podstawie założeń teoretycznych, 2) zsumowanie pozycji do metacechy, 3) włączenie nowej zmiennej metacechy do modeli SEM.

Oczywiście jest to tylko propozycja, nie dyrektywa. Nie ma dyrektyw dotyczących konieczności redukowania złożonych zmiennych hierarchicznych do metacech. Propozycja ta jest natomiast spójna z ogólną dyrektywą dotyczącą modeli, mówiącą, że w kwestii ich złożoności należy się kierować umiarem i roztropnością. Opisane tu rozwiązanie może być pomocne w przypadku bardzo złożonych zmiennych.

Czy istnieją metody pozwalające rozstrzygnąć, które pozycje należy zsumować, jeżeli nie ma założeń teoretycznych co do złożoności zmiennej? Oczywiście, istnieją takie rozwiązania. Należą one jednak do metod eksploracyjnych, a nie weryfikacyjnych. Modele SEM mają status modeli weryfikujących teorie. Istnieje silna supozycja, że badacz je wykorzystujący dysponuje wiedzą teoretyczną na temat badanego zjawiska (Hair i in., 2006; Szymańska, 2016). Skonstruowanie modelu eksploracyjnego za pomocą układów równań strukturalnych jest jak najbardziej możliwe, stanowi jednak zupełnie inną metodę, która nie jest tu rozważana.

Bibliografia

Aranowska, E. (1996). *Metodologiczne problemy zastosowań modeli statystycznych w psychologii*. Teoria i praktyka. Warszawa: Studio 1.

Aranowska, E. (2005). *Pomiar ilościowy w psychologii*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe SCHOLAR.

de Barbaro, B. (1999). Struktura rodziny. W: B. de Barbaro (red.), *Wprowadzenie do systemowego rozumienia rodziny* (s. 45–55). Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Bartholomew, D. J., Steele, F., Moustaki, I., Galbraith, J. I. (2008). *Analysis of multivariate social science data*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC Press.

Figurska, E. (1993). Wybrana metoda sprawdzania poprawności modelu na przykładzie implementacji modelu pamięci semantycznej w Prologu. W: E. Aranowska (red.), *Psychologia matematyczna* (tom V, s. 155–169). Uniwersytet Jagielloński, Instytut Psychologii.

Gajda, J. (1992). Modele strukturalne w naukach społecznych. W: E. Aranowska (red.), *Wybrane problemy metodologii badań* (s. 100–132). Warszawa: Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.

Hair, J. J., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E., Tatham, R. L. (2006). *Multivariate data analysis*. New Jersey: Upper Saddle River.

Heck, R. H., Thomas, S. L. (2009). *Introduction to multilevel modeling techniques*. Nowy Jork: Routledge.

Heck, R. H., Thomas, S. L., Tabata, L. N. (2010). *Multilevel longitudinal modeling with IBM SPSS*. Nowy Jork, Londyn: Routledge, Taylor & Francis Group.

Jonkisz, A. (1998). *Ciągłość teoretycznych wytworów nauki. Ujęcie strukturalne*. Lublin: Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej.

Konarski, R. (2009). *Modele równań strukturalnych*. Warszawa: PWN.

Maruszewski, T. (2003). *Psychologia poznania*. Gdańsk: GWP.

Milfont, T. L., Duckitt, J. (2004). The structure of environmental attitudes: A first- and second-order confirmatory factor analysis. *Journal of Environmental Psychology*, *24*, 289–303.

Nowak, S. (2007). *Metodologia badań społecznych*. Warszawa: PWN.

Rabe-Hesketh, S., Skrondal, A., Zheng, X. (2007). Multilevel Structural Equation Modeling. W: S.-Y. Lee (red.), *Handbook of Latent Variable and Related Models* (s. 209–227). Amsterdam: Elsevier.

Raudenbush, S., Bryk, A., Cheong, Y. F., Congdon, R., Toit, M. (2011). *HLM7 Hierarchical Linear* & *Nonlinear Modeling*. Lincolnwood: Scientific Software International, Inc.

Szymańska, A. (2016). Założenia formalne modeli weryfikowanych za pomocą układów równań strukturalnych. *Studia Psychologica*, *16*(2), 93–115.

Tranmer, M., Elliot, M. (2007). *Multilevel Modelling Coursebook*. Pobrane z: http://hummedia.manchester.ac.uk/institutes/cmist/archive-publications/working-papers/2007/2007-03-multilevel-modelling.pdf

Twisk, J. W. R. (2010). *Analiza wielopoziomowa – przykłady zastosowań. Praktyczny podręcznik biostatystyki i epidemiologii*. Warszawa: Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.

Windle, M. (1989). Temperament and personality: An exploratory interinventory study of the DOTS-R, EASI-II, and EPI. *Journal of Personality Assessment*, *53*(3), 487–501.