Damian Bączkiewicz
Uniwersytet Wrocławski
ORCID 0000-0003-4545-5976
DOI https://doi.org/10.21697/ucs.2022.29.1.07

ANALFABETYZM MATEMATYCZNY – ZNACZENIE SPOŁECZNE

Mathematical illiteracy – social significance

Streszczenie
Artykuł prezentuje problem występowania we współczesnych społeczeństwach analfabetyzmu matematycznego. Punktem wyjścia do rozważań jest zaznaczenie istnienia ograniczeń poznawczych i heurystyk poznawczych stosowanych w procesach decyzyjnych. Autor przedstawił przyczyny i konsekwencje tego powszechnego problemu.

Słowa kluczowe: analfabetyzm matematyczny, heurystyki, ograniczenia poznawcze, pseudonauka

Abstract
The article shows the problem of the occurrence of mathematical illiteracy in modern societies. The starting point for the author's remarks is the highlighting of the existence of cognitive limitations and methods of heuristic reasoning. The author presents the causes and consequences of this common problem.

Keywords: mathematical illiteracy, heuristics, cognitive limitations, pseudoscience

Wstęp

Prowadzone w ostatnich dekadach badania naukowe jednoznacznie wskazały, że podejmowanie decyzji nie jest aktem w pełni świadomym. W procesie decyzyjnym decydent może się jednak kierować heurystyką wydawania sądów, czyli takimi regułami praktycznego postępowania, które czerpią z dotychczasowych przeżyć. W ujęciu D. Kahnemana i A. Tversky'ego (teoria perspektywy), których badania wpisują się w nurt psychologii ekonomicznej lub ekonomii behawioralnej, heurystyki poznawcze pozwalają przyspieszyć przebieg procesu decyzyjnego i ułatwić podejmowanie decyzji dzięki nieświadomemu wykorzystaniu metody rozumowania, „która ignoruje część informacji oraz bardziej złożonych metod wnioskowania" (Holska 2016: 249). Choć heurystyki te upraszczają i przyspieszają proces decyzyjny, nie oznacza to, że sama decyzja jest właściwa. Zastosowanie heurystyk poznawczych może skutkować błędną oceną sytuacji i powzięciem nieprawidłowej decyzji. Na decyzję wpływ w tym modelu mają także pewne konstrukty myślowe – na przykład sympatie i antypatie. Co więcej, także umysłowa reprezentacja sytuacji decyzyjnej ma wpływ na ostateczne rozwiązanie. Z kolei *framing*, czyli formułowanie problemu, może spowodować zmianę postawy decydenta w zależności od np. postrzegania ewentualnych korzyści, strat albo też spojrzenia na dane zagadnienie jako źródło szans bądź zagrożeń (Zielonka 2017: 45). Koncepcja Kahnemana i Tversky'ego ma wysoką wartość dla badań nad polityką, gdyż zwraca uwagę na zasadniczy problem współczesnych ludzi, w tym decydentów politycznych w szczególności – każdego dnia osoby te są konfrontowane z wieloma problemami, których analiza i powzięcie decyzji zajmowałyby zbyt dużo czasu. Zastosowanie heurystyk w tak złożonym środowisku, w pierwszej kolejności politycznym, umożliwia „szybkie i oszczędne podejmowanie decyzji z wykorzystaniem niewielkiej ilości informacji, mniejszej liczby obliczeń, a tym samym w krótszym czasie, co przynosi wymierne korzyści decydentom" (Holska 2016: 250).

Decydenci polityczni w pełni wykorzystują zatem wszystkie zalety stosowania heurystyk poznawczych. Badacze wskazują różnorodne heurystyki, które, jak się wydaje, znajdują zastosowanie w działaniach podejmowanych przez polityków. Do najszerzej opisywanych heurystyk należą (Kochanowska 2020):

- heurystyka dostępności (*availability heuristic*);
- heurystyka reprezentatywności (*representativeness heuristic*);
- heurystyka zakotwiczenia i dostosowania (*anchoring and adjustment heuristic*);
- heurystyka afektu (*affect infusion*).

Jak jednak wykazał w swojej pracy z 1989 r. John Allen Paulos, autor *Analfabetyzmu matematycznego i jego skutków*, do przyczyn popełniania błędów w procesie decyzyjnym można zaliczyć także tytułowy analfabetyzm matematyczny. Paulos jest jedynym dotąd badaczem, który temu zjawisku poświęcił większą pracę naukową. Jego badania pozwoliły jednak z nowej perspektywy spojrzeć na proces decyzyjny zarówno w kontekście codziennych decyzji, jak i w ujęciu makrogrupowych wyborów polityczno-społecznych.

Wydaje się, że podejście przedstawione przez Paulosa jest niezwykle istotne z punktu widzenia obserwowanego w państwach demokracji liberalnej kryzysu instytucjonalnego wywołanego przez ruchy populistyczne. Dotychczas prezentowane w ramach rozmaitych kampanii wyborczych postulaty, poprzedzone badaniami opinii czy też analizami finansowymi, są dziś zastępowane przez niemające oparcia w nauce (szczególnie w matematyce) teorie. Symptomatyczne mogą być w tym kontekście niektóre z haseł głoszonych przez zwolenników Brexitu w ramach kampanii referendalnej z 2016 r. w Zjednoczonym Królestwie, dotyczących opuszczenia przez to państwo struktur Unii Europejskiej. Innymi słowy, analfabetyzm matematyczny może stanowić o sile istotnego z punktu widzenia socjologii zjawiska społecznego – populizmu, zagrożenie którym jest potęgowane przez podatność społeczeństwa (wyborców) na uleganie nieprawdziwej i nienaukowej argumentacji.

Celem niniejszego artykułu jest zatem próba dokonania syntetycznego opisu pojęcia analfabetyzmu matematycznego poprzez jego rekonstrukcję z dzieła J.A. Paulosa oraz rozwinięcie tej teorii w kontekście wpływu na decyzje społeczne w skali makro. Autor ukazuje przykłady występowania mechanizmów analfabetyzmu matematycznego oraz zasięg społeczny problemu. Wskazano też na główne cechy wyróżniające analfabetyzmu matematycznego oraz jego przyczyny (m.in. poziom edukacji matematycznej, w tym brak kształtowania umiejętności szacowania, czynniki psychologiczne, trudności analityczne i logiczne zauważane obecnie u rozmaitych przedstawicieli społeczeństw). By osiągnąć cel badawczy, zastosowano przede wszystkim analizę krytyczną literatury przedmiotu, której głównym obiektem było dzieło Paulosa.

Znaczenie pojęcia

Analfabetyzm matematyczny (*innumeracy* lub *mathematical illiteracy*) definiowany jest przez samego Paulosa jako „brak elementarnej swobody w posługiwaniu się liczbami i w ocenianiu prawdopodobieństwa" (Paulos 1999: 7). Innymi słowy, jest to stała kondycja społeczna, a nie tylko cecha jednostki, która charakteryzuje się tym, że spora część społeczeństwa, pomimo wykształcenia na poziomie przynajmniej podstawowym z zakresu matematyki i nauk pokrewnych, ścisłych (np. fizyki czy astronomii), nie potrafi wykorzystać nabytych wiadomości do analizowania wydarzeń życia codziennego, prognozowania przyszłości i podejmowania racjonalnych decyzji.

Analfabetyzm matematyczny może się wyrażać, zdaniem Paulosa, m.in. poprzez: „brak perspektywy liczbowej, przykładanie nadmiernej wagi do nieistotnych zbiegów okoliczności, naiwną wiarę w pseudonaukę, niezdolność do uznawania społecznych kompromisów" (Paulos 1999: 9). Trudno jest jednak wskazać na szczególne dla analfabetyzmu matematycznego procesy myślowe. Jak podkreśla autor pojęcia, w skomplikowanej rzeczywistości społecznej XXI w. analfabetyzm matematyczny zdaje się zalewać nasze społeczeństwa, a przykłady jego obecności można by mnożyć (Paulos 1999: 164).

Paulos podkreśla równocześnie, że analfabetyzm matematyczny jest formą ignorancji, szczególnie bolesnej z powodu silnego uzależnienia funkcjonowania współczesnego świata od matematyki i nauk przyrodniczych. Tym samym pomimo rozwoju nauk ścisłych spada poziom społecznej umiejętności korzystania z zasobów tych nauk, nawet na poziomie podstawowym. Choć jak podkreśla Paulos, matematyka „przenika nasze życie", to nie potrafią z niej korzystać coraz szersze grupy społeczeństwa. „To szczególnie smutne, że w społeczeństwie, w którym inżynieria genetyczna, technologia laserowa i mikroelektronika codziennie wzbogacają nasze rozumienie świata, tak wielu dorosłych ludzi wierzy w karty Tarota, moc kryształu i media zapewniające łączność z tamtym światem" – pisze badacz (Paulos 1999: 8–9). Warto jednak podkreślić, że problem wyrażony poprzez pojęcie analfabetyzmu matematycznego nie odnosi się do wielkich liczb czy skomplikowanych zagadnień wymagających specjalistycznej wiedzy, ale dotyka codziennych dylematów zwykłych obywateli w każdym środowisku.

Paulos obrazuje analfabetyzm matematyczny m.in. za pomocą prostej anegdoty o prezenterze pogody, na którego słowa o 50% szans na deszcz w sobotę i 50% szans na deszcz w niedzielę, a zatem stuprocentowej pewności opadów w weekend, nie zareagował nikt z oglądających prognozę, choć jeszcze przed chwilą roztrząsano różnicę między słowami „stale" i „ciągle" (Paulos 1999: 7). Wydaje się zatem, że wskazać można na jeszcze inną cechę analfabetyzmu matematycznego, jaką jest powszechna akceptacja społeczna. O ile bowiem w ostatnich dekadach zdecydowanie spadł poziom analfabetyzmu, a nieumiejętność czytanie i pisania wywołuje zdziwienie, to analfabetyzm matematyczny „wdarł się" do społeczeństw tak silnie, że nie zauważa się go lub nie widzi w nim zagrożenia.

„Niewidzialność" analfabetyzmu matematycznego to jeszcze jeden przymiot tej kondycji społecznej. W przypadku niepiśmienności trudno jest ukryć brak tejże umiejętności, zaś analfabetyzm matematyczny zdaje się być niezauważany. Brak możliwości oszacowania jakiejś liczby, wyobrażenia sobie rzędu wielkości może być z łatwością zrzucony na karb edukacji czy „dużej liczby zer, przy których człowiek się gubi". Jak jednak warto podkreślić, analfabetyzm matematyczny nie dotyczy właśnie odległych od ludzkiej codzienności matematyki. Sprowadza się on bowiem do niemożności stosowania prostych działań matematycznych i operowania podstawowymi pojęciami. Dlatego też taki rodzaj analfabetyzmu staje się niewidzialny, co wynika z nieuświadamiania sobie własnej ułomności przez poszczególne jednostki i wyrażanie akceptacji dla postawy braku szacunku wobec nauk ścisłych.

Wreszcie, ignorowanie konsekwencji analfabetyzmu matematycznego to jeden z głównych problemów wiążących się z tym zjawiskiem. Analfabetyzm matematyczny, co warto podkreślić, nie jest dyskalkulią (Napiórkowski 2017). Oznacza to, że ewentualne negatywne jego konsekwencje rezonują nie tylko na jednostki, ale całe społeczeństwa. Jednak typowy dla tej kondycji społecznej jest fakt ignorowania właśnie zbiorowego wymiaru strat, które za sobą niesie. Mechanizm ten sprzyja osobom oferującym usługi uzdrowicielskie, szamanom, wróżbitom czy kaznodziejom. Obrazuje to, że brak umiejętności analitycznych cechujący analfabetów matematycznych w ich codziennych, pojedynczych decyzjach odbiera szansę na ocenienie skutków takiego procesu myślowego w przypadku setek czy tysięcy uczestników życia społecznego.

Mechanizm analfabetyzmu, najczęściej nieuświadomiony, dotyka w pierwszym rzędzie osób uważających się za „humanistów" – mających wykształcenie nietechniczne lub też deklarujących wrodzoną niechęć do matematyki albo niezdolność nauczenia się jej. W świecie liczb gubią się całe grupy ludzi, czując się osaczone przez gąszcz niezrozumiałych cyfr. Liczby przemieniają się w liczmany, które stanowią jedynie symboliczne odpowiedniki pojęć takich jak „dużo" czy „mało" (Napiórkowski 2017).

Autor *Analfabetyzmu matematycznego* przywołuje w książce także dwudziestominutową rozmowę, którą odbył z jednym z lekarzy. W jej trakcie amerykański uczony usłyszał, że jego zabieg „jest w 99 procentach bezpieczny, wiąże się z ryzykiem jak jeden do miliona, zazwyczaj przebiega bez komplikacji" (Paulos 1999: 14). Przedstawiona historia pokazuje, że nawet osoby wykształcone, dla których szacowanie ryzyka jest nieodłącznym, a jednocześnie niezwykle istotnym elementem pracy, robią to bez głębszej refleksji.

Przyczyny analfabetyzmu matematycznego

John A. Paulos swoje wnioski dotyczące przyczyn analfabetyzmu matematycznego formułował na podstawie obserwacji m.in. stanu szkolnictwa w Stanach Zjednoczonych. Pomimo wielu różnic kulturowych czy organizacyjnych dzielących ten kraj od państw Europy większość jego spostrzeżeń wydaje się uniwersalna.

W pierwszej kolejności na pojawienie się analfabetyzmu matematycznego wpływa powszechna edukacja matematyczna, która jest na niskim poziomie (Paulos 1999: 91). Amerykański uczony dostrzegł, że pomimo przyswajania przez uczniów wielu pojęć matematycznych, podstaw obliczeń rachunkowych (takich jak mnożenie, dzielenie, dodawanie i odejmowanie) oraz bardziej skomplikowanych operacji związanych z ułamkami, procentami czy liczbami dziesiętnymi, szkoły i nauczyciele nie wymagają praktycznego zastosowania nabytej wiedzy. Co więcej, wiedza ta nie jest transferowana na inne nauki, w tym przyrodnicze. Innymi słowy, zdolności matematyczne nie są w procesie edukacji wykorzystywane i rozwijane do nauki fizyki czy geografii i szukania odpowiedzi na pytania: „ile?", „jak daleko?" „czy jak długo?". Przejawem braku komplementarności w edukacji dzieci jest lęk starszych roczników przed zadaniami otwartymi, gdzie uczniowie są konfrontowani z pytaniami o charakterze ilościowym (Paulos 1999: 92).

Paulos zauważył, że dzieciom nie pokazuje się praktycznego zastosowania nabytej wiedzy „poprzez rozwiązywanie wielu problemów, zarówno praktycznych, jak i bardziej wyszukanych" (Paulos 1999: 93), co często wzmaga niechęć do nauki matematyki. Apel o zmianę podejścia na bardziej praktyczne koreluje z wynikami kontroli stanu nauczania matematyki w polskich szkołach, przeprowadzonej w latach 2015–2017 przez Najwyższą Izbę Kontroli. Polscy urzędnicy podkreślili w pokontrolnym raporcie, że nauczanie matematyki pozbawione jest cech adekwatności i przydatności. Edukacja na poziomie podstawowym i ponadpodstawowym ma za zadanie przygotować ucznia do egzaminu, nie zaś do problemów codziennych, z którymi będzie się mierzyć w dorosłym życiu. Między innymi z tej obserwacji wynika wezwanie do ponownego wprowadzenia do nauczania w liceach i technikach elementów logiki matematycznej (NIK 2019), co zresztą było już wcześniej częścią podstawy programowej nauczania matematyki[1]. Choć Polska w międzynarodowym badaniu systemów edukacji (w tym matematycznej) PISA awansowała w pierwszej dekadzie XXI w. (kiedy uczono jeszcze logiki) – w 2018 r. z miejsca 25 na 10, to wydaje się, że umiejętności nabywane wraz z nauką zasad logiki wykraczają poza testy i okazują swoją przydatność w podejmowaniu życiowych decyzji. Choć, paradoksalnie, Polska awansowała w rankingu, to przyczyn tego stanu należy upatrywać we wprowadzeniu wymogu zdawania matematyki na egzaminie maturalnym, co nastąpiło w 2010 r.

Otwarte pozostaje pytanie o możliwość wprowadzenia do podstawy programowej poprawek, które przyczyniłyby się do zmniejszenia ryzyka wystąpienia analfabetyzmu matematycznego w społeczeństwach. Przykładem jest wprowadzony w latach 60. ubiegłego wieku w Stanach Zjednoczonych program edukacyjny pn. *Nowa Matematyka*, który zakładał m.in. zwiększenie nacisku na nauczanie podstaw logiki. Choć ambitny i wykorzystujący dopracowywany przez lata pomysł, projekt ten okazał się porażką, a uczniowie wykazywali się mniejszymi umiejętnościami radzenia sobie z zadaniami matematycznymi. Z drugiej strony nie ma jednoznacznego i weryfikowalnego obiektywnie wskaźnika, który pozwoliłby zdiagnozować poziom analfabetyzmu oraz wskazać jego bezpośrednie przyczyny, choćby na gruncie edukacji. Problem ten wymaga odrębnej dyskusji, gdyż badanie porównawcze skali analfabetyzmu matematycznego mogłoby też wskazać środki pomocne w przeciwdziałaniu temu zagrożeniu społecznemu i indywidualnemu.

Innym problemem związanym z nauczaniem matematyki w szkołach jest brak kształtowania umiejętności szacowania, przede wszystkich większych, liczb. Formułując obowiązek dokładności obliczeń, pedagodzy zapominają niejednokrotnie, że w codziennych decyzjach o wiele istotniejsze jest szybkie wyobrażanie sobie liczb, a nie ich prawidłowe zapisywanie i tworzenie poprawnego rachunku obliczeniowego. Uczniów nie stawia się przed problemem szacowania przyziemnych czy abstrakcyjnych liczb (takich jak prędkość osób czy obiektów oraz liczba cegieł w ścianie). Problem ten potęguje niewykorzystywanie w szkołach gier liczbowych i zabaw, a za to zasypywanie uczniów licznymi formułami, pojęciami i prawami matematycznymi. Zamiast tworzyć przestrzeń dla uczniów do samodzielnego odkrywania pewnych zasad czy dokonywania interpretacji, nauczyciele matematyki nakazują przyswajanie dogmatów (Paulos 1999: 94).

Marcin Napiórkowski, semiotyk kultury, proponuje, by analiza pseudonaukowych teorii została rozważona jako temat edukacji matematycznej i fizycznej na lekcjach szkolnych (Napiórkowski 2017). Mierzenie uczniów z realnymi problemami, ciekawymi i nieszablonowymi, a ponadto konfrontowanie ich z nienaukowymi

[1] Jeszcze w pierwszej dekadzie XXI w. w Polsce logika matematyczna stanowiła integralną i obowiązkową część nauczania matematyki. Raport NIK-u zawiera zatem apel o, *de facto*, przywrócenie nauczania tej części wiedzy matematycznej w szkołach. W podobnym okresie również w USA zwracano uwagę na nauczanie logiki matematycznej, ale, jak można przypuszczać, poziom tej dziedziny edukacji pozostawał nieadekwatny do potrzeb, skoro Paulos zwracał uwagę na ten problem jako przyczynę kształtowania się analfabetyzmu matematycznego.

teoriami pomogłoby wyzwolić chęć do zgłębiania nauk ścisłych i jednocześnie wyczuliło na spiskowe teorie w dalszym życiu.

Drugą przyczyną rozwoju analfabetyzmu matematycznego we współczesnych społeczeństwach są czynniki psychologiczne. Głównym czynnikiem zwiększającym prawdopodobieństwo nieumiejętności stosowania wiedzy matematycznej jest egocentryzm. Paulos nie bez powodu wskazuje właśnie tę wspólną cechę wielu zwolenników teorii spiskowych (Paulos 1999: 101). Zbytnie skupienie na sobie ogranicza zainteresowanie prowadzeniem obliczeń matematycznych. Skupienie na własnym życiu, emocjach i przede wszystkim własnym doświadczeniu pozwala odrzucić potrzebę konfrontowania się z trudnymi obliczeniami na co dzień. „Choć analfabetyzm matematyczny może się wydawać odległy od problemów i trosk tych ludzi [egocentryków – przyp. D.B.] – pieniędzy, seksu, rodziny, przyjaciół – w rzeczywistości dotyka ich (a także nas wszystkich) bezpośrednio i to na wiele sposobów" (Paulos 1999: 101–102). Brak elementarnej wiedzy na temat prawdopodobieństwa czy teorii gier może, zdaniem Paulosa, prowadzić do przygnębienia lub nawet depresji.

Egocentryzm przeczy także prawdzie płynącej ze statystyk, co może prowadzić do podejmowania skrajnie niewłaściwych decyzji i przynosić negatywne skutki. Odrzucając na przykład wyliczenia dotyczące zachorowalności na jakąś chorobę, możemy podjąć niefortunną decyzję o niezaszczepieniu się przed wyjazdem do tropikalnego kraju (w myśl zasady „ja zawsze unikałem zakażeń") lub całkowicie wstrzymać nasz wyjazd do państw objętych jakąś epidemią (skoro „aż 1/10 spośród osób zakażonych umiera").

Inną przyczyną występowania analfabetyzmu matematycznego, którą wyróżnia Paulos, jest problem z filtrowaniem informacji przez poszczególne osoby. Zjawisko to zdaje się mieć dwa oblicza. Z jednej strony może ono oznaczać, że przywiązujemy zbyt dużą wagę do liczb i odrzucamy przypadkowość pewnych procesów (oraz przeszacowujemy częstotliwość pewnych zdarzeń), z drugiej zaś prowadzi do doszukiwania się nadzwyczajności czy „zbiegów okoliczności" we wszystkim, co nas otacza.

Pierwsza spośród wyżej wymienionych kwestii łączy się z nadreprezentacją w środkach przekazu tak zwanych zdarzeń nadzwyczajnych. John A. Paulos pokazuje ten problem na przykładzie nadawania w mediach relacji dotyczących liczby zgonów w ujęciu rocznym z powodu „banalnego" alkoholizmu czy statystyk ofiar śmiertelnych wypadków drogowych oraz uczestników katastrof lotniczych. Pomimo wielokrotnie wyższej liczby zgonów z powodu dwóch pierwszych przyczyn, to właśnie wypadkom samolotów poświęca się najwięcej miejsca w prasie czy telewizji. Sprawia to, że osoba mająca problem z filtrowaniem informacji będzie przyswajała jedynie informacje „wyjątkowe", to znaczy takie, które cechują się nadzwyczajnym charakterem. Brak porównywania danych o ofiarach wypadków lotniczych z podobnymi, na przykład dotyczącymi transportu kołowego czy kolejowego, może wypaczyć obiektywną ocenę skali zjawiska. Analfabeta matematyczny postawiony przed informacją o śmierci „wszystkich", „kilkuset" pasażerów jakiegoś rejsu pasażerskiego nie potrafi dostrzec, że stanowi to ułamek liczby ofiar wszystkich wypadków samochodowych w pewnym okresie (Paulos 1999: 103).

Z drugiej jednak strony problem z filtrowaniem informacji może prowadzić, zdaniem Paulosa, do odwrotnej tendencji. Otóż brak umiejętności selekcjonowania istotnych danych, porównywania liczb i wyczucia stosunków liczbowych prowadzi do tworzenia wyobrażeń o nadzwyczajnych zbiegach okoliczności, aberracjach i wyjątkowości. Jak dowodzi Paulos, „nasza wrodzona potrzeba poszukiwania znaczenia i prawidłowości może nas sprowadzić na manowce, jeżeli zapomnimy o wszechobecności przypadku. Ta wszechobecność wynika z tendencji do odsiewania ze świadomości zdarzeń banalnych i nieosobistych, zachodzących w coraz bardziej skomplikowanym świecie, a także […] z nieoczekiwanie częstego występowania różnego rodzaju zbiegów okoliczności" (Paulos 1999: 104).

Przykładem skłonności analfabetów matematycznych do ignorowania faktów i przypisywania błędnego znaczenia zjawiskom jest brak rozumienia istoty wielkości losowej i średniej. Jeśli wartość osiąga w pewnym momencie poziom skrajny (maksymalny lub minimalny), a brak jest innych czynników, które mogłyby zmienić następny wynik, jest wysoce prawdopodobne, że kolejna wielkość liczbowa będzie bliższa średniej. O ile istnieje szansa, że bardzo inteligentni rodzice będą mieli inteligentne dziecko, zdecydowanie bardziej prawdopodobne jest, że nie będzie ono równie uzdolnione co rodzice (Paulos 1999: 105). Po pięciokrotnym wyrzuceniu kością samych szóstek wszystko wskazuje, że ten rezultat się nie powtórzy i będzie bliższy średniej typowej dla rzutów kością.

Obrazując tę przyczynę analfabetyzmu matematycznego, Paulos sięgnął też po analizy wspominanych już Kahnemana i Tversky'ego, którzy obserwowali reakcje instruktorów lotniczych. Ich podopiecznych ganiono po nieudanych lądowaniach i chwalono po udanych. Jednak instruktorzy pomylili się w ocenie roli nagród i kar, sądząc, że przy kolejnych lądowaniach pogorszenie wynikało z pochwał, a polepszenie z nagan. Jak udowadniali badacze, co powtórzył także Paulos, ich lądowania nie wiązały się z komentarzami po pierwszym razie – za każdym kolejnym lądowaniem następowało podejście gorsze lub lepsze, co zbliżało wszystkie wyniki do ogólnej średniej. Jeśli początkujący pilot wyląduje za pierwszym razem znakomicie, przy drugim i każdym kolejnym podejściu najpewniej posadzi samolot na lotnisku gorzej (Paulos 1999: 105).

Paulos mnoży przykłady błędnego przypisywania wyjątkowości liczbom i ich wielkościom na tle pozostałych. Między innymi udowadnia on, że kontynuacja filmu (*sequel*) zazwyczaj jest gorsza od pierwszej części nie z powodu braku kreatywności ekipy scenarzystów i filmowców, ale zwyczajnej średniej matematycznej, zgodnie z którą po bestsellerowym filmie musi z dużą dozą prawdopodobieństwa zostać nakręcony film budzący mniejsze zainteresowanie. Takie samo zjawisko może pojawić się po złotej płycie muzycznej czy świetnie sprzedającej się książce – ich kontynuacje najprawdopodobniej nie dorównają oryginałom. Również pech czy też wyjątkowy łut szczęścia nie jest związany z naszymi predyspozycjami czy układem planet w przestrzeni kosmicznej, lecz wynika z występowania zwykłej średniej matematycznej (Paulos 1999: 106).

Inną przyczyną matematycznego analfabetyzmu jest brak umiejętności analizowania stawianych przed nami pytań i problemów. Oznacza to, że antycypowanie potencjalnych zysków i strat stojących za różnorodnymi decyzjami okazuje się trudne dla decydentów.

Co więcej, na rozwój analfabetyzmu matematycznego może mieć wpływ, wspomniany w przywołanym raporcie NIK-u, brak nauczania logiki matematycznej. Nieumiejętność rozróżniania koniunkcji od zdania warunkowego w kontekście oceny prawdopodobieństwa zdarzeń prowadzi do kolejnych wypaczeń w procesie decyzyjnym. Badana osoba jest bardziej skłonna uznać, że opis kobiety, która jest niezamężna, pewna siebie i aktywnie angażuje się w sprawy społeczne, szczególnie dyskryminację i ruch antynuklearny, prowadzi do stwierdzenia, że bardziej prawdopodobna jest sytuacja, w której pracuje ona w banku i jest aktywistką ruchu feministycznego, niż że po prostu pracuje w banku (Paulos 1999: 108). Podobnie też część analfabetów jest skłonna przypuszczać, że skoro istnieje pewne ryzyko, że na pokładzie samolotu pojawi się bomba, ale o wiele mniej prawdopodobna (wręcz niemal niemożliwa) jest sytuacja, w której będą dwie bomby, to należy na każdy rejs zabierać własną bombę, co minimalizuje ryzyko śmierci w wypadku lotniczym spowodowanym wybuchem.

Związek pseudonauki z analfabetyzmem matematycznym

Jak twierdzi Paulos, analfabeta matematyczny nie jest w stanie dostrzec nieścisłości w różnych teoriach i informacjach, bo „nie zastanawia się nad przyczynami zjawisk i rzadko podejmuje trud porównywania wielkości" (Paulos 1999: 73). Taka sytuacja stanowi grunt dla wszelkich pseudonaukowców, którzy mogą rozpowszechniać swoje nieoparte na metodzie naukowej teorie i poglądy. Pseudonauka bowiem, wraz z obecnie jej coraz bliższą tzw. nauką popularną, zaczyna zyskiwać szerokie grono odbiorców. Jak zaznaczył w książce *Prawda i mity w fizyce* A.K. Wróblewski, istnieją kryteria, przy pomocy których można odróżnić prace naukowe od pseudonaukowych. W przypadku prac pseudonaukowych:

1. Mania wielkości autora, który uważa, że jako jedyny zna prawdę, odnosi się pogardliwie do wszystkich uczonych z prawdziwego zdarzenia, zarzucając im w niewybrednych słowach konserwatyzm lub wręcz nieuctwo.
2. Tekst pracy pseudonaukowej jest zwykle bełkotem polegającym albo na wprowadzeniu nowej terminologii znanej tylko autorowi, albo na posługiwaniu się słowami wprawdzie znanymi, ale przemieszanymi na zasadzie doboru przypadkowego, co świadczy o ich niezrozumieniu przez autora.
3. Ignorancja objawiająca się zarówno w nieznajomości dobrze ustalonych faktów, jak również w bezpodstawnym zaprzeczaniu *a priori* wszystkiemu, co nie zgadza się z poglądami autora.

4. Kompletne niezrozumienie ducha nauki objawiające się w stawianiu „nauce oficjalnej" zarzutu, że nie potrafi na wszystko odpowiedzieć. Pseudonaukowiec nie rozumie, że nauka rozwija się właśnie dlatego, iż musi szukać odpowiedzi na wciąż nowe pytania.
5. Pseudonaukowiec lubi także podpierać się wymyślonymi przez siebie autorytetami (…) (Wróblewski 1987: 163–164).

Jedną z przyczyn powstawania analfabetyzmu matematycznego, a jednocześnie cechą pseudonauki jest tworzenie pozorów „bliskości" matematyki i człowieka. Ponieważ dla wielu bezosobowe prawdy matematyczne nie są zrozumiałe czy atrakcyjne, wybiera się te prawdy, których można dotknąć, „tłumaczone na chłopski rozum". Pozorna prostota takiego systemu przekazu matematycznego jest jednak fałszywa – najczęściej nie kryje się za tym rzetelna wiedza. Niemniej to właśnie dlatego ludzie zaczynają interesować się astrologią, biorytmami, kartami Tarota czy *Księgą przemian* (Paulos 1989).

Najbardziej jaskrawym dowodem na atrakcyjność pseudonauki jest społeczne zainteresowanie astrologią. Dla wielu zwolenników teorii o wpływie na ludzki los ułożenia planet w dniu urodzin człowieka nie ma znaczenia nic więcej poza tą jedyną informacją o innych obiektach w Kosmosie, które rzekomo mają za sprawą grawitacji oddziaływać na nowo narodzone dziecko. Jak podkreśla w swojej pracy Paulos, nawet to (fundamentalne dla astrologii) twierdzenie można obalić łatwo za pomocą dwóch informacji – teoria ta nie dostarcza żadnej wiedzy fizycznej albo neurofizjologicznej o sposobie oddziaływania planet na ciało dziecka. Ponadto teoria ta pomija jednocześnie, że o wiele większą siłę przyciągania ma wobec dziecka osoba odbierająca poród. Gdyby analfabeci matematyczni chcieli tę prawdę przyjąć, to swoją teorię musieliby zweryfikować o następujące stwierdzenie – skoro siła grawitacji jest proporcjonalna do masy obiektu, ale odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między obiektem a ciałem, to waga położnej miałaby wpływ na predyspozycje dziecka, zgodnie z zasadą, że korpulentne osoby wpływałyby na inne cechy psychofizyczne niż pielęgniarki szczupłe (Paulos 1999: 73).

Wiele osób uważa wciąż, że na nasze życie ma wpływ znak Zodiaku, związany z datą narodzin. Badacz Case Western Reserve University, John McGervey, dokonał porównania dat urodzenia 16 000 najwybitniejszych amerykańskich naukowców, których biogramy opublikowano w wielkiej encyklopedii. Zauważył, że rozkład ich znaków Zodiaku jest zupełnie przypadkowy i podzielony równomiernie w całej grupie. Podobne wyniki uzyskano przy weryfikacji znaków Zodiaku polityków USA (6000 osób na podstawie pozycji *Who' Who in American Politics*) – tam również nie dostrzeżono wybitnej nadreprezentacji przedstawicieli jednego ze znaków. Podobne badania powtarzano wielokrotnie (Paulos 1999: 73–74).

Choć już tak proste badania przeczą wierze w astrologię, to po dziś dzień pozostaje ona atrakcyjna dla wielu ludzi. Dla przykładu, w 2018 r. w przeprowadzonym badaniu CBOS aż 45% polskich respondentów przyznało, że czyta horoskopy, a że przynajmniej raz na jakiś czas stosuje się do zawartych w nich wskazówek – 43% osób spośród czytelników horoskopów (CBOS 2018). Zdaniem Paulosa przyczyn wiary w astrologię należy upatrywać w tworzeniu wielu ogólnych, nieprecyzyjnych twierdzeń, „pod które można podłożyć dowolne treści, dzięki temu znajdując tam prawdę, której brak nawet w samych stwierdzeniach" (Paulos 1999: 74). Co więcej, na atrakcyjność astrologii ma wpływ utrwalanie w opinii publicznej jedynie informacji o tych przepowiedniach, które okazały się prawdziwe, o tych horoskopach, które poprawnie odkryły prawdę o ludzkiej przyszłości. Wśród tysięcy takich prognoz, zgodnie z zasadą prawdopodobieństwa, zawsze znajdzie się taka, która może się okazać prawdziwa. Paulos pokazuje ten mechanizm również w kontekście tzw. proroczych snów, które nie stanowią żadnego przykładu nadzwyczajnej mocy. W istocie, przy założeniu, że istnieje szansa np. jak 1 do 10 000, że człowiekowi przyśni się sen, który w przyszłości okaże się prawdą, istnieje jednocześnie prawdopodobieństwo 9999/10 000, że ów sen się nie spełni. W konsekwencji „prawdopodobieństwo wystąpienia N nocy bez proroczych snów wynosi $(9999/10\,000)^N$", a całego roku – $(9999/10\,000)^{365}$. Ta z pozoru bardzo nieprawdopodobna sytuacja po obliczeniu poprzedniego równania okazuje się jednak możliwa – ponieważ wynik prawdopodobieństwa niespełnienia się takiej możliwości wyniesie około 0,964, to istnieje tym samym 3,6% szans, że czyjś sen okaże się proroczy. Choć nie jest to wielka liczba, to w olbrzymich społeczeństwach, gdzie wiadomości o „proroctwach" za pomocą mediów społecznościowych mogą być przekazywane niezwykle szybko, łatwo będzie wzbudzić poczucie, że nad niektórymi czuwa szczególna siła, która wpływa na występowanie proroczych snów – jest jednak odwrotnie i zaskakujące byłoby, gdyby proroczych snów było za mało (Paulos 1999: 70–71).

Pogranicze analfabetyzmu matematycznego i pseudonauki to również obszar chętnie wykorzystywany przez szarlatanów medycznych. Jak się wydaje, osoby te umyślnie stosują pewne metody, by wykorzystać niedostatki matematyczne swoich klientów. Najczęściej rozpoczynają bowiem leczenie w momencie pogorszenia się stanu danego pacjenta. Ponieważ choroby najczęściej postępują w sposób sinusoidalny (po okresie pogorszenia następuje stagnacja lub polepszenie), to jakiekolwiek zmiany w zdrowiu pacjenta po rozpoczęciu terapii można przypisać zasługom domorosłego szamana. Jeśli bowiem stan chorego się poprawi (zadziała efekt placebo lub organizm sam zacznie zwalczać chorobę), jest to zasługa szarlatana. Z drugiej strony w przypadku braku pozytywnych rezultatów i pogorszenia się stanu chorego, winę należy zrzucić na samego pacjenta, który przyszedł na terapię za późno albo też nie uczestniczy w niej wystarczająco regularnie (Paulos 1999: 78). John Allen Paulos podkreśla, że nie istnieje wyraźna granica między nauką i pseudonauką. W istocie wiele z, wydawałoby się, pewnych liczb, którymi się otaczamy, może nas jednak prowadzić na manowce (Paulos 1999: 83–84).

Wręcz typowo pseudonaukowymi określa Paulos wszelkie numerologiczne prawdy o otaczającym świecie, szczególnie często wykorzystywane przez duchownych różnych religii. Przepowiednie numerologiczne „są niemal niemożliwe do zakwestionowania, bo zawsze można je łatwo tak przeformułować, aby uzyskać zgodność z tym, co się istotnie zdarzyło. Opierając się na liczbach, zapewnia swoim zwolennikom nieograniczone pole inwencji twórczej, bez konieczności uzasadniania czegokolwiek" (Paulos 1999: 87). Numerologia nie bazuje bowiem na faktycznych powiązaniach słów z systemami liczbowymi, nie opiera się na stałych schematach, odpowiednikach. Dla doraźnych celów każde słowo jest wplątywane w tworzoną *ad hoc* sieć powiązań matematycznych. Oznacza to, że istnieje nieograniczona możliwość „dostrzegania tego, co się chce zobaczyć, pozwiązywania rzeczy, które chciałoby się powiązać" (Paulos 1999: 87).

Przykładem analfabetyzmu matematycznego jest przypisywanie wartości numerycznej 666 rozmaitym wyrazom w kręgu kultury i wiary chrześcijańskiej. Bazując na Księdze Apokalipsy św. Jana Apostoła, który przypisał tę liczbę Bestii, chrześcijanie połączyli z wartością 666 także imię jednego z cesarzy rzymskich – Cezara Nerona, wykorzystując zapis tych słów w języku hebrajskim. Z kolei słowo „Rzymianie" w języku greckim także posiada „taką samą wartość", więc zmieniając język, wyznawcy wiary chrześcijańskiej przypisali Rzymianom diabelskie cechy. Marcin Luter, którego imię i nazwisko w języku łacińskim ma wartość 666, naraził się na jeszcze większą niechęć wobec niego. Już te parę przykładów unaocznia, że numerologia nie bazuje na stałych odniesieniach, np. kulturowych (powyższe przykłady dotyczą jednej tylko religii), ale są one dowolnie zmieniane. Choć nie jest to cecha tylko religii chrześcijańskiej, stanowi przykład wykorzystywania analfabetyzmu matematycznego wyznawców do osiągania konkretnych celów społecznych (Paulos 1999: 86).

Wybrane konsekwencje społeczne analfabetyzmu matematycznego

Występowanie analfabetyzmu matematycznego prowadzi do negatywnych konsekwencji – społeczeństwo nie potrafi korzystać ze zdobytej wiedzy matematycznej i szacować prawdziwości twierdzeń, z którymi jesteśmy konfrontowani na co dzień. Tę kondycję społeczną chętnie wykorzystują politycy czy też osoby starające się wykorzystać ludzką słabość do osiągnięcia sukcesu biznesowego. Bez wątpienia, jak wykazuje Paulos, ignorancja matematyczna przenika nasze życie codzienne i publiczne (Paulos 1999: 10).

Choć sam autor pojęcia niejednokrotnie podkreślał, że analfabetą matematycznym może stać się każdy, niezależnie od posiadanego wykształcenia, to łączył on brak umiejętności weryfikowania danych w otaczającej ludzi rzeczywistości z powszechną edukacją, która nie wyposaża uczniów w należyte kompetencje matematyczne. Świadomość w tej kwestii polityków brytyjskich dążących do wyjścia z UE przed kampanią w 2016 r. była zapewne znaczna, gdyż wykorzystywali oni w swoich przemówieniach wiele chwytów retoryczno-matematycznych, które opisywał Paulos.

Wyróżniki demograficzne i społeczne zwolenników Brexitu prowadzą do dalej idących wniosków dotyczących ich percepcji problemów, przed którymi stała wówczas Wielka Brytania. Uważa się bowiem, że to wskaźnik poziomu wykształcenia najsilniej odzwierciedlał podział na zwolenników opcji za i przeciw pozostaniu (Goodwin, Heath 2016). Prowadzone wielokrotnie w ostatnich latach w różnych kręgach kulturowych i społeczeństwach badania jednoznacznie dowodzą, że poziom wykształcenia ma wpływ na upodobania polityczne[2]. Uważa się, że w przypadku Brexitu kwestia poziomu wykształcenia miała zdecydowanie większe znaczenie w kontekście politycznym niż inne, klasyczne kryteria upodobań partyjnych i politycznych (Becker, Fetzer, Novy 2017). Świadczy to o powszechnym związku eurosceptycyzmu z posiadanym wykształceniem.

Oznacza to, że analfabetyzm matematyczny może stanowić odwrotną stronę problemu związanego ze współczesnym kryzysem demokracji liberalnej. By populizm mógł realnie wpłynąć na decyzje wyborców, muszą być oni podatni na przekaz nieoparty na faktach. Dlatego też zjawisko to, jako permanentne zagrożenie dla racjonalności procesu decyzyjnego wyborców, zyskuje wymiar polityczny i społeczny. Wydaje się, że bez zaistnienia tych dwóch warunków – słabości poznawczych wyborców i nieuczciwego przekazu wyborczego polityków – nie byłoby populizmu.

Przykładem skorzystania w rozgrywkach politycznych ze zjawiska analfabetyzmu matematycznego były chociażby słowa jednego z przywódców frakcji zwolenników opuszczenia UE w Partii Konserwatywnej, sekretarza Sprawiedliwości Michaela Gove'a, który twierdził, że „ponieważ nie będzie można kontrolować granic, usługi publiczne takie jak Narodowy Fundusz Zdrowia [ang. National Health Service] staną w obliczu znacznego obciążenia, ponieważ kolejne miliony zostaną obywatelami UE" (Hume 2016). Dane opublikowane przez HM Revenue & Customs świadczą jednak o czymś odwrotnym – w latach 2012–2016 imigranci zapłacili 2,5 mld funtów więcej (w formie podatków, składek zdrowotnych itp.), niż uzyskali świadczeń społecznych (Cooper 2016). Niemniej przeciętny wyborca nie miał możliwości skonfrontowania takiego twierdzenia z danymi, a także dokonania ewentualnych obliczeń matematycznych.

Analfabetyzm matematyczny stanowi niezbędną podstawę do społecznej akceptacji wszelkich teorii spiskowych czy pseudonauki. Jak zauważa M. Napiórkowski, „obiekty matematyczne traktowane są przez twórców i odbiorców teorii spiskowych bardzo podobnie do tego, jak osoby nieznające pisma traktowały zapis. Fetyszyzowanie samego aktu pisania i nośnika, przypisywanie zapisanym słowom magicznej mocy i traktowanie ich jako relikwii czy amuletów – to wszystko w pewnej formie odnajdujemy w pseudonaukowym funkcjonowaniu matematyki" (Napiórkowski 2017). Dla przykładu – zgodnie z amerykańskimi statystykami rządowymi z 1980 r. zarobki tamtejszych obywatelek stanowiły średnio 59% zarobków mężczyzn. Jednak za tymi danymi nie kryje się całe bogactwo sytuacji zawodowej kobiet w ówczesnej gospodarce USA – jak w swojej pracy podkreśla Paulos, badania takie (choć nie przeczy on bez wątpienia istniejącej dyskryminacji ze względu na płeć) ignorują wiele czynników, takich jak podejmowanie różnych typów pracy, wybieranie niskopłatnych zawodów przez kobiety, ich mniejszą atrakcyjność na rynku pracy spowodowaną zamieszkiwaniem w miejscu pracy męża itp., przez co średnia 59% staje się tzw. liczbą półoderwaną, pozbawioną większego znaczenia (Paulos 1999: 153).

Brak indywidualnej pewności w konfrontacji z wielkimi liczbami (tj. zawierającymi np. kilka zer), rachunkami probabilistycznymi czy danymi statystycznymi zwiększa naszą podatność na uleganie wpływom polityków czy medycznych szarlatanów. Z kolei psychologiczne uwarunkowania jednostki w kontekście analfabetyzmu wykorzystywane są na przykład przez właścicieli kasyn. Zdają sobie oni sprawę, tak jak domniemani prorocy chwalący się wysoką sprawdzalnością swoich przepowiedni, że ludzki mózg łatwiej zapamiętuje sukcesy, szczególnie finansowe. Dlatego też zwycięstwom przy jednorękich bandytach czy maszynach losujących towarzyszą widowiskowe światła i dźwięk spadających do podajnika monet – przegrywa się w ciszy. Partie głoszące postulaty zwiększania wolności gospodarczej będą mieć zawsze na ustach wyjątkowe sukcesy giełdowe, zaś porażki i upadki początkujących biznesmenów zasłonią milczeniem (Paulos 1999: 44).

Podkreślenia wymaga, że matematyczny analfabetyzm nie przynosi żadnych społecznych korzyści. Jego jedynym, pozornie tylko pozytywnym, przymiotem jest fakt, że dotyczy on zarówno osób uboższych, jak i bogatszych i dobrze wykształconych – jest więc w pełni egalitarny. Jednak ten równościowy charakter

[2] Szerzej na ten temat zob.: M. Persson (2012), *Does Type of Education Affect Political Participation? Results from a Panel Survey of Swedish Adolescents* [w:] *Scandinavian Political Studies*, Vol. 35, Issue 3; B. Lancee, O. Sarrasin, (2015), *Educated Preferences or Selection Effects? A Longitudinal Analysis of the Impact of Educational Attainment on Attitudes Towards Immigrants* [w:] *European Sociological Review*, Vol. 31, Issue 4; C.D. Kam, C.L. Palmer (2008), *Reconsidering the Effects of Education on Political Participation* [w:] „The Journal of Politics", Vol. 70, Number 3.

analfabetyzmu stanowi nie o jego atrakcyjności, a o zagrożeniu, jakie za sobą niesie. Rosnąca rzesza analfabetów nieczuła na matematyczne niuanse będzie przecież oddziaływać w przyszłości na kolejne pokolenia uczniów, kształconych przez osoby powtarzające utarte formuły, niezainteresowane matematyką, niekompetentne, które pracują w szkołach, ponieważ nie znalazły pracy na rynku prywatnym (Paulos 1999: 95). Powszechność analfabetyzmu wpływa również na to, że nie jest on dostrzegany, a co za tym idzie, piętnowany. Wyzwala to także społeczne przyzwolenie na analfabetyzm i pobłażanie dla osób nieumiejętnie wykorzystujących matematykę w codziennych wyborach. Jak jednak udowodniono, analfabetyzm matematyczny wykracza poza indywidualne decyzje i wpływa na los całych narodów – wyborcy przy urnach czy konsumenci w sklepach kierują się bowiem takim samym, pseudonaukowym i niematematycznym myśleniem przy wyborach politycznych i modowych czy medycznych.

Podsumowując, matematyczna ignorancja jest zjawiskiem powszechnym, jeśli chodzi o zasięg społeczny i grono osób dotkniętych problemem, a jednocześnie wszechobecnym w kontekście skutków jego występowania. Analfabeci matematyczni podejmują niewłaściwe i nierozsądne z punktu widzenia wiedzy matematycznej i zasad rozumowania naukowego decyzje o charakterze zarówno prywatnym, jak i publicznym, zbiorowym. Analfabetyzm matematyczny stanowi przykład silnego ograniczenia poznawczego, którego rezultatem niemal zawsze jest podjęcie nieuzasadnionej naukowo decyzji. Stąd też wynika chęć pewnych środowisk do wykorzystywania potencjału manipulowania ludźmi przy użyciu wiedzy o ich matematycznej ułomności, zarówno w grze politycznej (w skali makro), jak i przy codziennych decyzjach np. konsumentów.

Bibliografia

Becker S.O., Fetzer T., Novy D. (2017), *Who voted for Brexit?, ifo DICE Report*, https://www.ifo.de/DocDL/dice-report-2017-4-becker-fetzer-novy-december.pdf [dostęp 10.04.2022].

CBOS (2018), *Komunikat z badań CBOS: Co przyniesie przyszłość – o horoskopach, wróżkach i talizmanach*, 103/2018, https://www.cbos.pl/SPISKOM.POL/2018/K_103_18.PDF [dostęp 10.02.2022].

Cooper C. (2016), *EU referendum: Immigration and Brexit – what lies have been spread?*, https://www.independent.co.uk/news/uk/politics/eu-referendum-immigration-and-brexit-what-lies-have-been-spread-a7092521.html [dostęp 26.04.2022].

Goodwin M., Heath O. (2016), *Brexit vote explained: poverty, low skills and lack of opportunities*, https://www.jrf.org.uk/report/brexit-vote-explained-poverty-low-skills-and-lack-opportunities [dostęp 28.03.2022].

Holska A. (2016), *Teorie podejmowania decyzji* [w:] K. Klincewicz (red.), *Zarządzanie, organizacje i organizowanie – przegląd perspektyw teoretycznych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Warszawskiego, http://timo.wz.uw.edu.pl/wp-content/uploads/2016/09/Klincewicz-Krzysztof-red-Zarzadzanie-organizacje-i-organizowanie.pdf [dostęp 2.02.2022].

Hume T. (2016), *Campaign warns migrants strain public services as UK's Brexit debate heats up,* https://edition.cnn.com/2016/04/25/europe/uk-brexit-campaign-migration/index.html [dostęp 12.04.2022].

Kochanowska M. (2020), *Heurystyki, czyli myślenie na skróty*, https://neuroskoki.pl/heurystyki-czyli-myslenie-na-skroty/ [dostęp 2.02.2022].

Napiórkowski M. (2017), *Analfabetyzm matematyczny. Jak pseudonauka wykorzystuje to, że nie umiemy liczyć*, https://krytykapolityczna.pl/nauka/analfabetyzm-matematyczny/ [dostęp 1.02.2022].

NIK (2019), *Nauczanie matematyki w szkołach. Informacja o wynikach kontroli* https://www.nik.gov.pl/kontrole/wyniki-kontroli-nik/pobierz,kno~p_17_026_201801091357141515506234~01,typ,kk.pdf [dostęp 20.02.2022].

Paulos J.A. (1989), *The Odds are you're innumerate* [w:] *New York Times*. 1.01.1989.

Paulos J.A. (1999), *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*. Gdańsk: GWO.

Postoła A., Paulos J.A. (2009), *Matematyczni analfabeci*, https://www.wprost.pl/tygodnik/160911/matematyczni-analfabeci.html [dostęp 10.02.2022].

Wróblewski A.K. (1987), *Prawda i mity w fizyce*. Warszawa: Wydawnictwo Iskry.

Zielonka P. (2017), *Framing, czyli efekt sformułowania* [w:] T. Tyszka (red.), *Decyzje. Pismo poświęcone podejmowaniu decyzji w gospodarce i społeczeństwie*. Warszawa: Wydawnictwo Akademii Leona Koźmińskiego, https://journals.kozminski.edu.pl/pl/system/files/Zielonka_27_2017.pdf [dostęp 14.02.2022].